

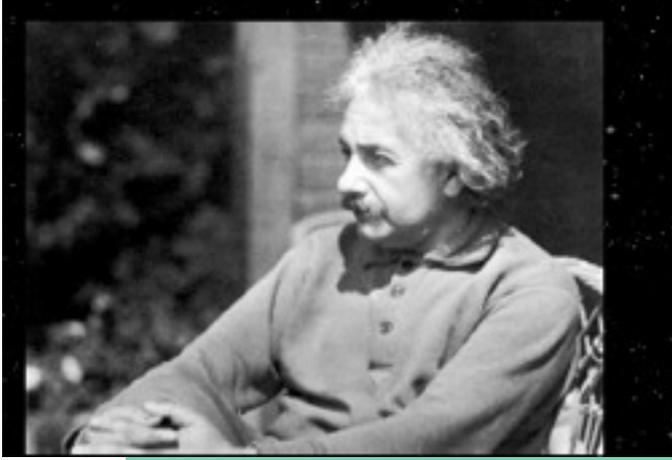
Lezione Fermi 2

Luciano Maiani, AA 14-15

La Rivoluzione dei Quanti

Sommario

1. Scoperte e sorprese
2. Max Planck e lo spettro del corpo nero
3. Fotoni
4. Ampiezze e probabilita'
5. La quantizzazione degli atomi
6. Linee spettrali nelle stelle
7. Realta', realismo

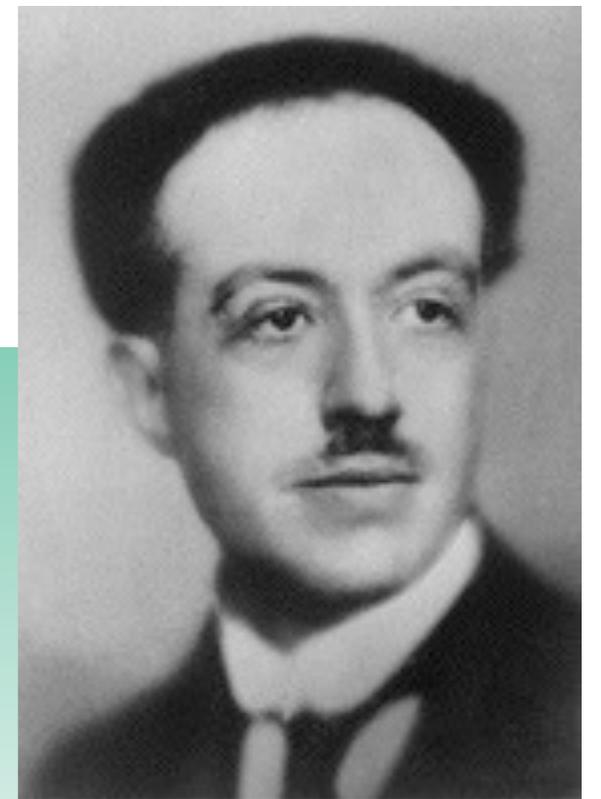


1905, l'anno di Albert Einstein

- ***La teoria del moto browniano***: il moto irregolare di piccoli corpi sospesi e' dovuto alle spinte casuali degli atomi del mezzo; la teoria di Einstein permette di stimare, dai dati, il Numero di Avogadro (numero di atomi/grammolecola) ed ha aperto la strada allo studio fisico dell' atomo
- ***La teoria della Relativita' Speciale***: una rivoluzione nei concetti di spazio e di tempo; $E=mc^2$.
- ***Il fotone***: la luce si propaga per quanti discreti che si comportano come vere e proprie particelle; premiato con il Nobel, questo lavoro ha aperto la strada alla formulazione di una nuova meccanica, la meccanica quantistica, per descrivere i fenomeni atomici e subatomici. La MQ riconcilia la natura corpuscolare della luce con i suoi aspetti ondulatori (diffrazione, interferenza). Questa "riconciliazione" non finisce ancora di stupirci

Nobody understands quantum mechanics
Richard Feynman

20 anni dopo...



- ..nel 1924, il fisico francese Luis de Broglie avanzava l'ipotesi che oggetti classificati come particelle dovessero essere descritti con un'onda, di lunghezza d'onda: $\lambda = \frac{h}{p}$
- La duplice natura, onda-corpuscolo, e' una caratteristica universale: materia e radiazione !

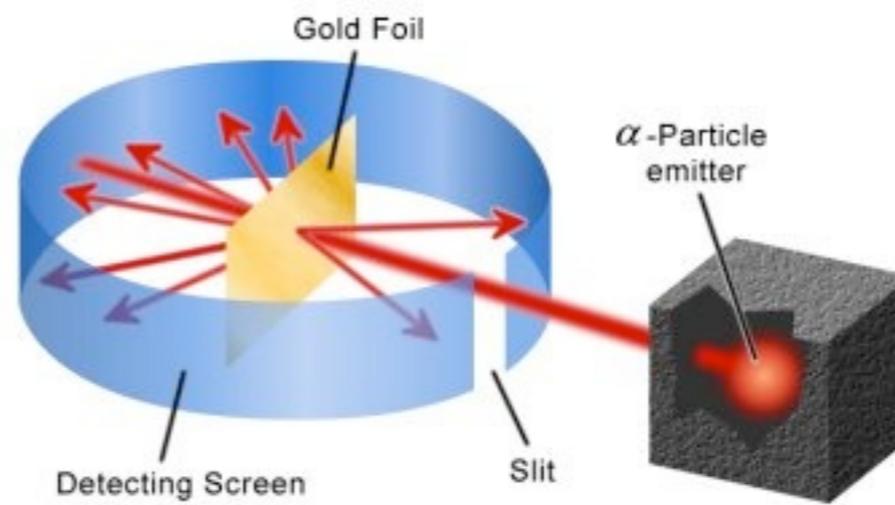
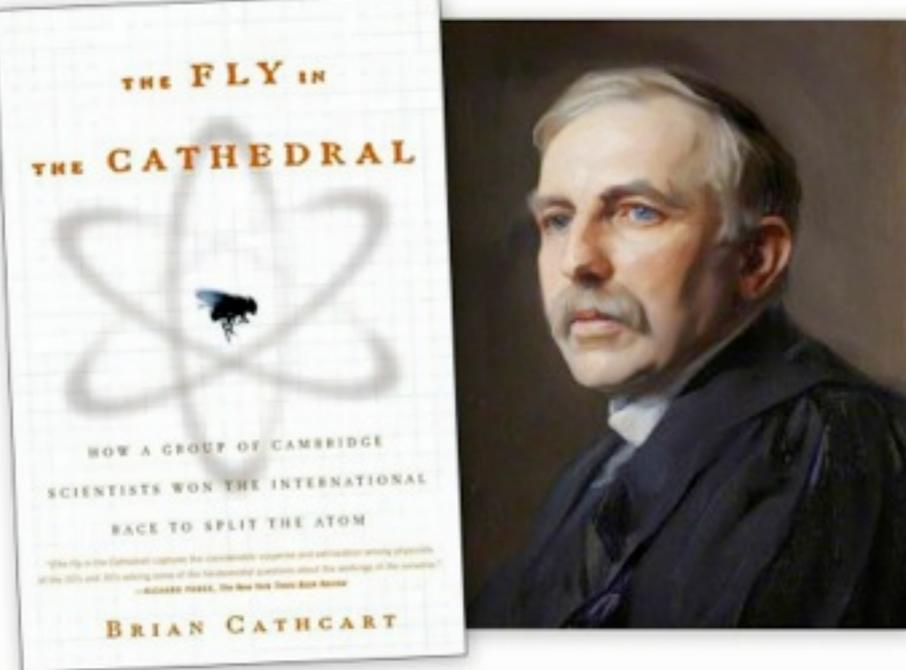
nei versi scherzosi di Enrico Persico agli amici romani, E. Fermi e collaboratori, circa 1930:

Credon poi, con fé profonda

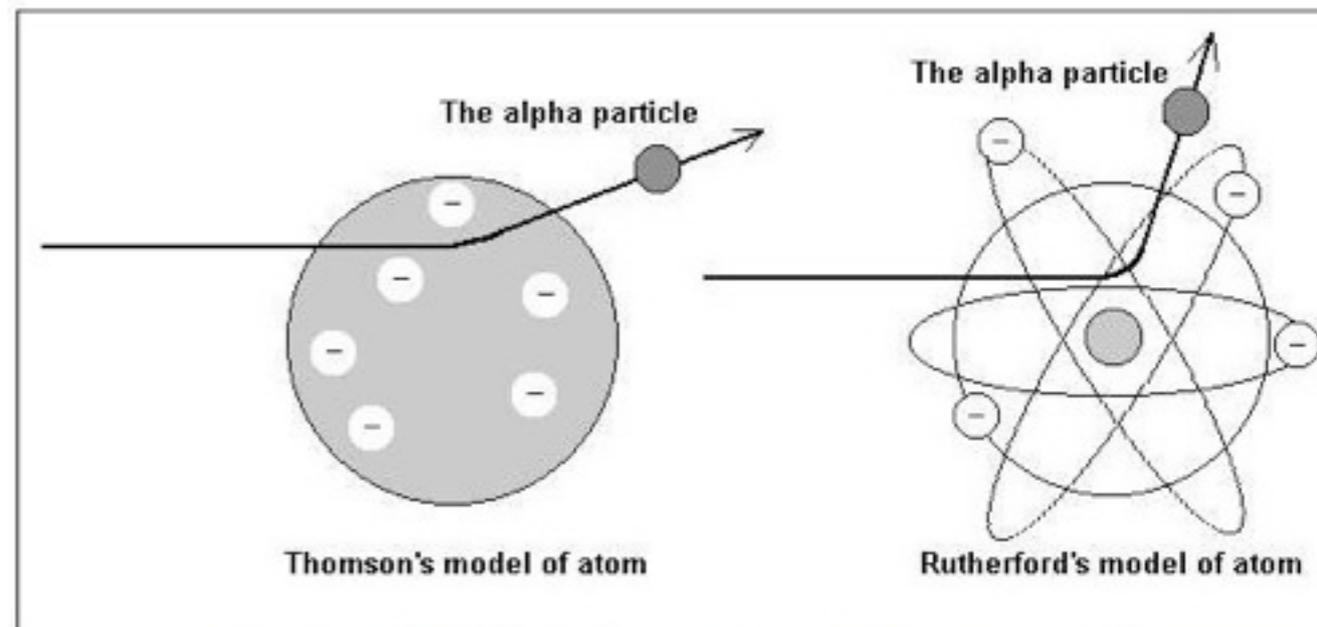
Cui s'inchina la ragion

Che la luce è corpo e onda

Onda e corpo è l'elettron.



Physicist and chemist Ernest Rutherford was born on August 30, 1871, in New Zealand. A farm boy from the South Island, he spent most of his life as a professor at McGill University in Montreal and at Manchester University and Cambridge University in the UK. His early work in Canada was the basis for his Nobel Prize in Chemistry (1908) for discovering the concept of radioactive half-life, proving that radioactivity involves one chemical element changing into another, and differentiating types of radiation.



The models of the Thomson's atom and Rutherford's atom; and the expected aberrations of alpha particle in both cases.

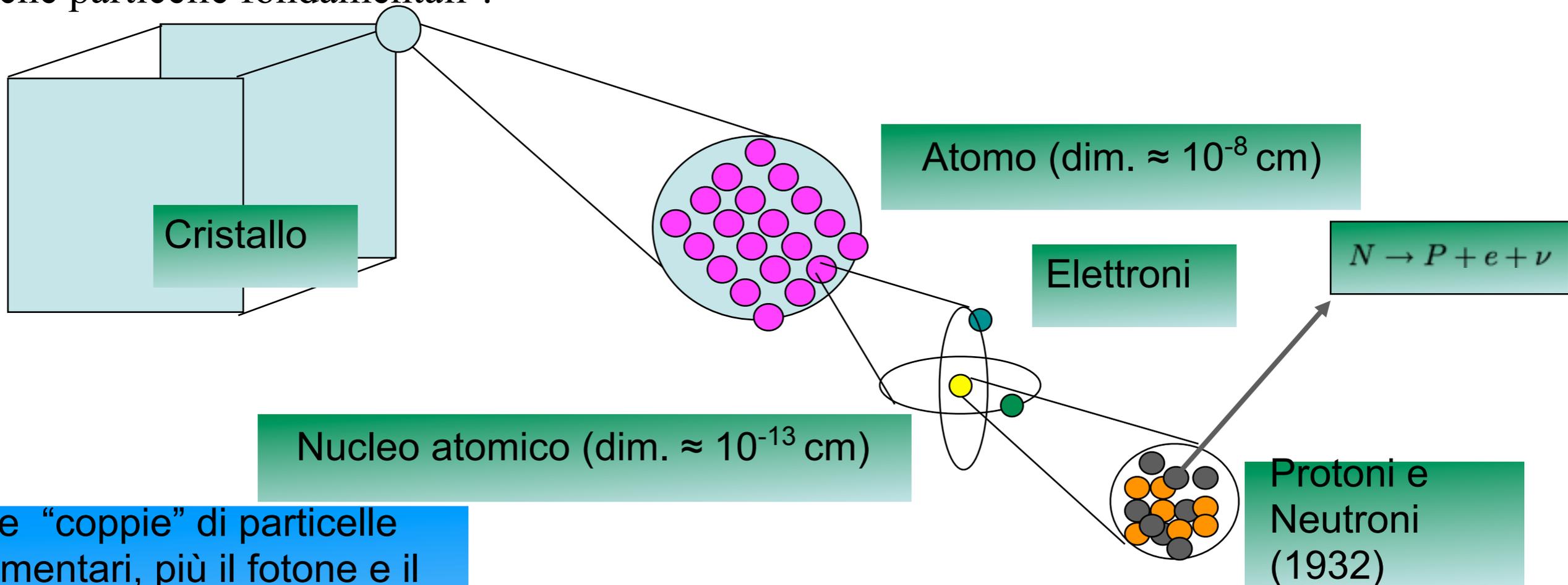
$$1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$$

$$1 \text{ fm} = 10^{-13} \text{ cm}$$

His "gold foil experiment" at Manchester investigated the structure of the atom, showing for the first time the existence of the atomic nucleus and fostering development of the Rutherford (planetary) model of the atom, with orbital electrons (1910-1911). He is credited with first "splitting the atom" (1917) in a nuclear reaction in which he discovered and named the proton. In 1921, working with his student, Niels Bohr, he theorized about the existence of neutrons.

L'immagine della materia negli anni '30

- E' quella che ci insegnano a scuola
- per molti versi, sufficiente ancora oggi per un primo orientamento
- tre tipi di forze fondamentali: elettromagnetica, forte (nucleare), debole (decadimento beta)
- poche particelle fondamentali ?



Due "coppie" di particelle elementari, più il fotone e il mesone di Yukawa possono spiegare tutto il mondo osservato?

$$\begin{pmatrix} P \\ N \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \quad \gamma \quad \pi ?$$

H. Yukawa. Le Forze Nucleari sono trasmesse da una particella di massa ≈ 200 volte la massa dell' elettrone : il mesone π

2. Max Planck solves the problem of Black Body radiation: a few facts

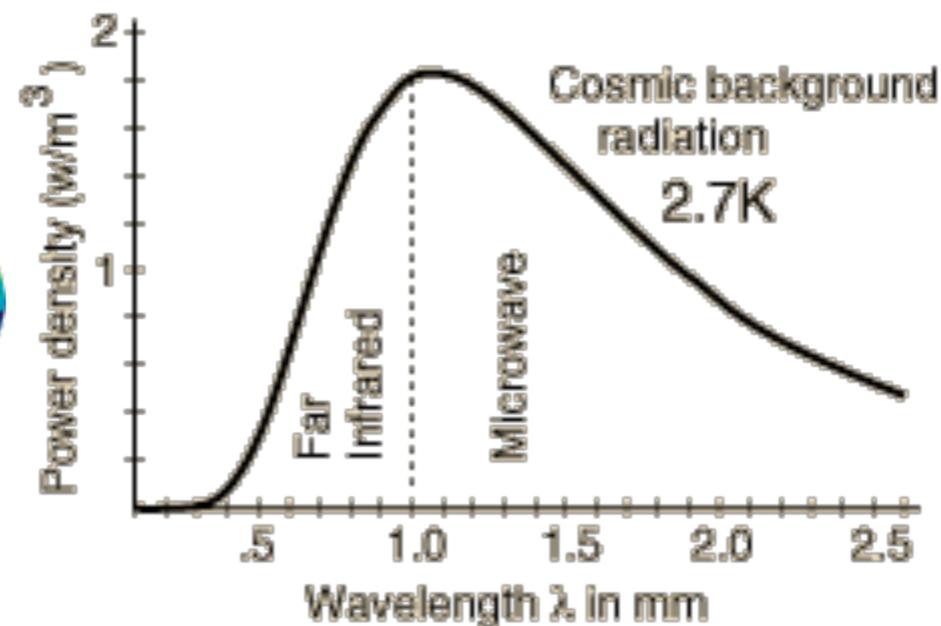
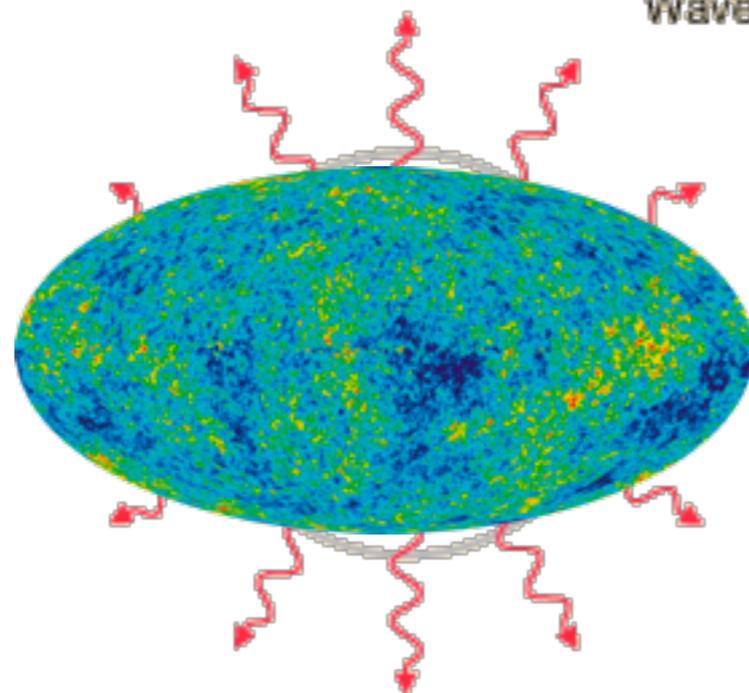
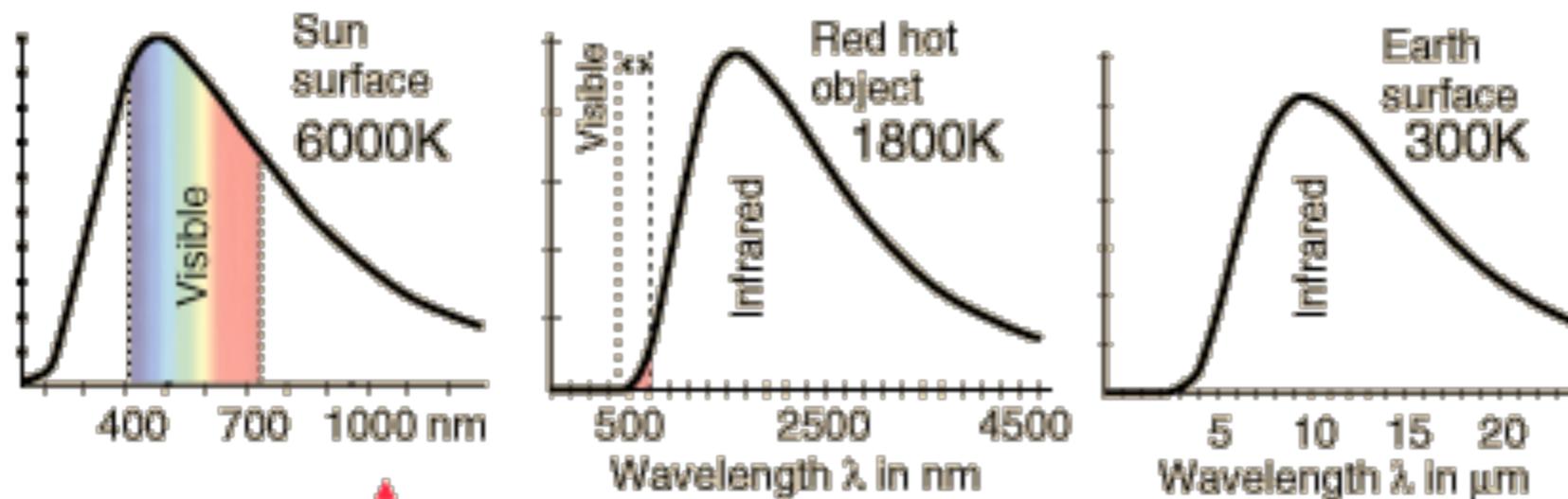
- An oven kept at fixed temperature, T , with a very small aperture;
- a light ray going through the aperture has very little chance to come back: the aperture looks black from the outside, *hence the name “black body”*
- as it often happens, not all black is black:
 - thermal motion of the atoms of the inner walls excite oscillations of the electromagnetic field inside the cavity
 - exchange of energy between walls and the e.m. field leads to a thermal equilibrium
 - thermal energy is radiated out of the oven, through the aperture
- energy radiated by the oven is called *“black body radiation”*
- usual ovens radiate in the infrared and we see the aperture to be black, at higher temperatures (say 2000 °K) the “black body” starts looking red
- the energy density of the black body depends upon frequency and temperature

$$\Delta E = u(\nu, T) V \Delta \nu$$

- V is the volume, ΔE is the energy with frequency between ν and $\nu + \Delta \nu$ and $u(\nu, T)$ is a “universal” function, i.e. is independent from the composition of the walls.

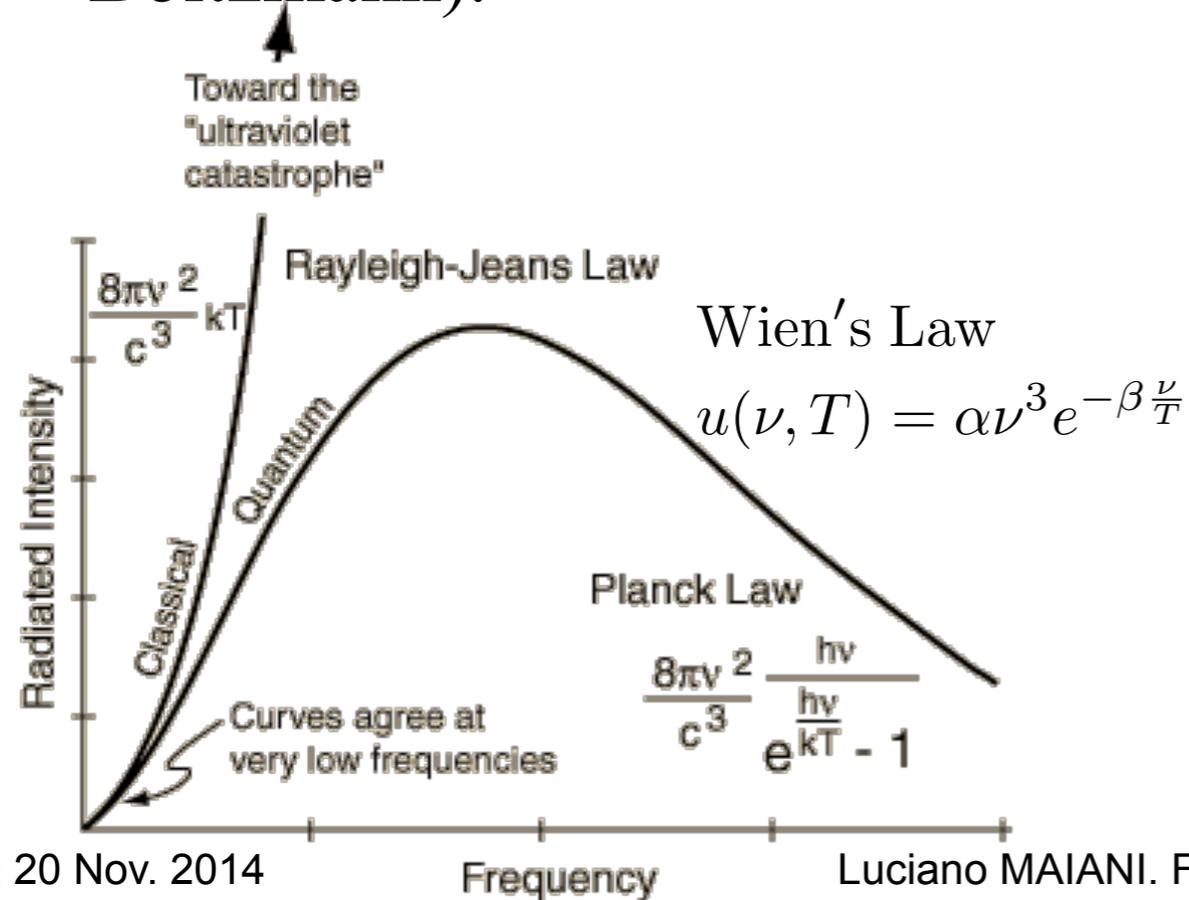
Examples of Black Bodies in Nature and the shape of the energy distribution

- note: λ = wavelength = c/v
- m = meter, mm = millimeter; μm = micrometer = 10^{-6} m, nm = nanometer = 10^{-9} m



Ultraviolet catastrophe and Planck's solution (1900)

- according to classical mechanics each field oscillation has an average energy = kT
- this leads to the Raleigh-Jeans law which agrees for low frequency with the experimental curve, but it leads to the absurd result that $u(\nu, T)$ diverges for high frequency (ultraviolet catastrophe), so that the black body would irradiate always an infinite energy!
- on the contrary, $u(\nu, T)$ goes exponentially to zero for large ν , a law discovered by W. Wien;
- the total energy irradiated is finite and proportional to T^4 (Stephan-Boltzmann).



- In the year 1900, Max Planck advanced the idea that the energy of the oscillations could take only discrete values: $E = n(h\nu)$, $n = 0, 1, 2, \dots$ with h a universal constant, known as the **Planck's constant**
- the average energy of the oscillation becomes: $\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$
- note that h is energy x time = action

3. Fotoni

Albert Einstein

Emissione e trasformazione della luce da un punto di vista euristico

Berna, 17 Marzo 1905

Annalen der Physik, 1905, vol. 17, p. 1055-1056

EINSTEIN

Teoria dei Quanti di Luce

Tascabili Economici Newton (1993)

Secondo l'ipotesi che voglio qui proporre, quando un raggio di luce si espande partendo da un punto, l'energia non si distribuisce su volumi sempre più grandi, bensì rimane costituita da un numero finito di quanti di energia localizzati nello spazio e che si muovono senza suddividersi, e che non possono essere assorbiti od emessi parzialmente.

L'effetto fotoelettrico

- Einstein considera diversi casi in cui l'ipotesi dei quanti rende conto di risultati sperimentali inspiegabili con la teoria di Maxwell. Il più eclatante è l'*Emissione di raggi catodici tramite esposizione di corpi solidi alla luce* (effetto fotoelettrico)

Ad uscire dal corpo con la massima velocità normale saranno gli elettroni eccitati che si trovano direttamente alla sua superficie e che acquistano una velocità normale ad essa. L'energia cinetica di tali elettroni è:

$$\frac{R}{N} \beta v = P$$

Se il corpo ha un potenziale positivo Π ed è circondato da conduttori a potenziale nullo e se Π è in grado di impedire una perdita di elettricità del corpo, otteniamo

$$\Pi e = \frac{R}{N} \beta v = P$$

dove e rappresenta la carica elettrica dell'elettrone,

$$eV + P = \text{energia totale per uscire dal metallo} = h\nu$$

Nota :

$$\beta = \frac{h}{k}$$

$$\frac{R}{N} \beta v = h\nu$$

P= potenziale di estrazione

L'effetto fotoelettrico

$$II E = R \beta v - P'$$

=Ne

=Nhv

Al fine di controllare se la relazione da noi derivata è verificata dall'esperienza per quanto concerne il suo ordine di grandezza, poniamo $P' = 0$, $v = 1,03 \cdot 10^{16}$ (corrispondente al limite dello spettro solare dalla parte dell'ultravioletto) e $\beta = 4,866 \cdot 10^{-11}$. Otteniamo $II \cdot 10^7 = 4,3$ volt, il quale concorda, per quanto riguarda l'ordine di grandezza, con i risultati conseguiti dal Signor Lenard (9).

- - al di sotto di un valore di soglia in $v_0 = P'/Nh$ non si osservano elettroni, per qualsiasi intensità della luce;
- - non c'è soglia nell'intensità della luce, solo meno elettroni, che corrisponde a meno fotoni assorbiti.
- - In anni successivi, Einstein ricaverà il valore dell'impulso del fotone $p=h/\lambda$, relazione poi verificata nell'effetto Compton: $\gamma + e \rightarrow \gamma + e$;
- - ma....???!!! l'energia del fotone (corpuscolo) è fissata da un aspetto ondulatorio, v !!!
- - come riconciliare fotone-corpuscolo e luce-onda???
- - Risposta (Copenhagen): *dobbiamo abbandonare la pretesa di poter prevedere deterministicamente il comportamento del singolo fotone, ma solo la probabilità dei possibili risultati*

4. Ampiezze e Probabilità'

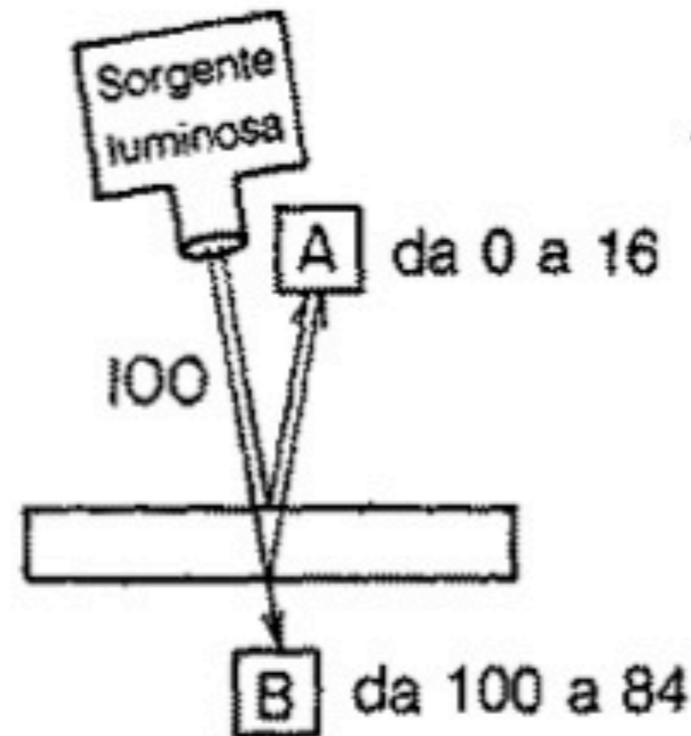
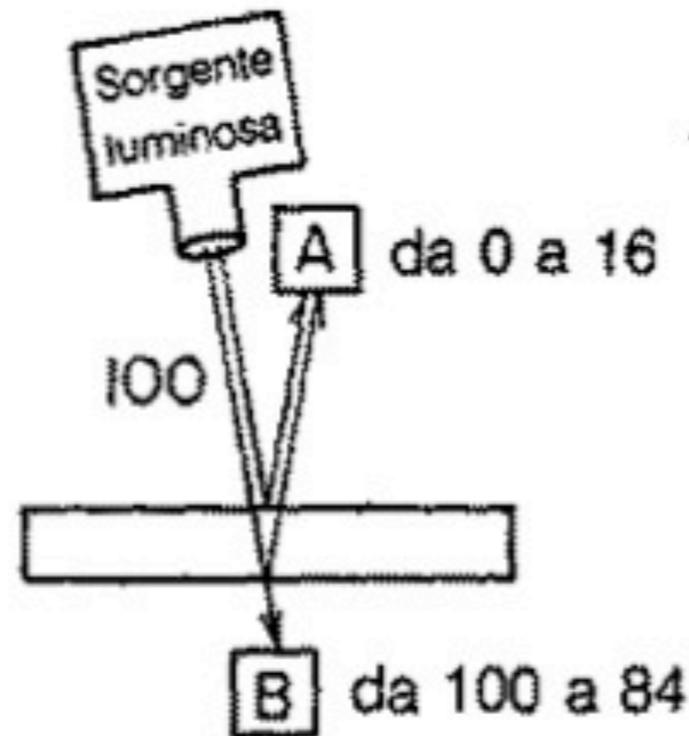


Fig. 4. Esperimento per misurare la riflessione parziale della luce da parte di due superfici di vetro. I fotoni possono arrivare nel fotomoltiplicatore in A riflettendosi sia sulla superficie frontale sia su quella posteriore della lamina; oppure possono attraversare entrambe le superfici finendo nel fotomoltiplicatore in B. Secondo lo spessore della lamina, nel rivelatore in A arrivano da zero a 16 fotoni ogni 100. Questo risultato mette in difficoltà qualunque teoria ragionevole, compresa quella della fig. 3. La riflessione parziale, a quanto sembra, può essere « smorzata » o « amplificata » dalla presenza di altre superfici.

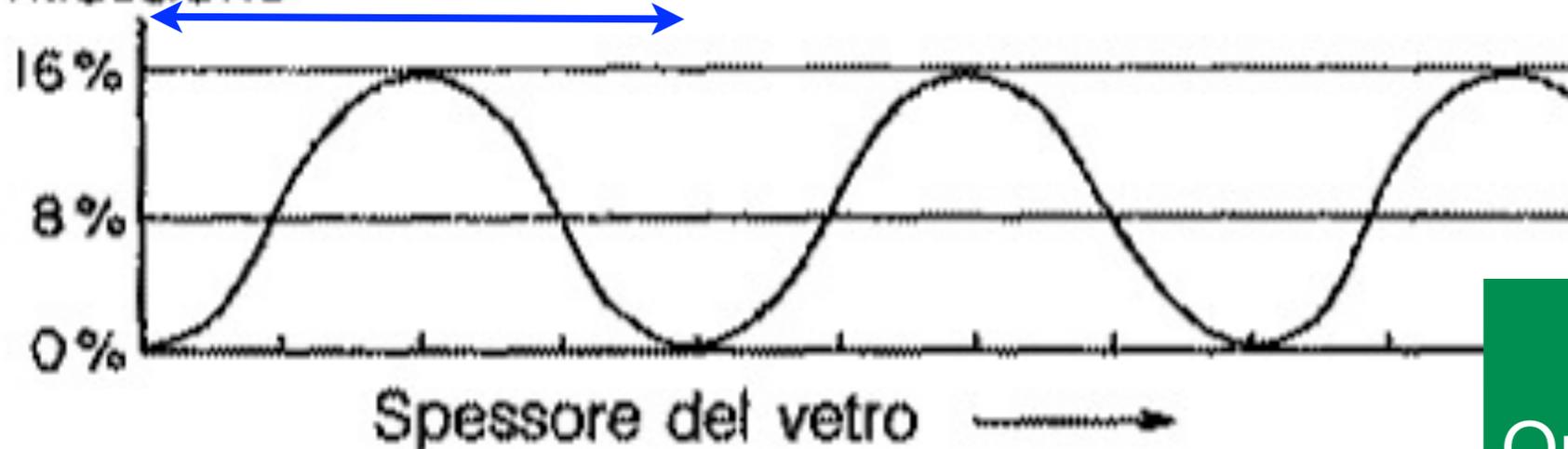
riflessione su una lamina



- Possiamo prevedere solo la probabilità di riflessione
- La probabilità è il modulo quadro di un'ampiezza complessa
- L'ampiezza si ottiene sovrapponendo le ampiezze di tutti i cammini possibili
- Le ampiezze "interferiscono" come onde, con lunghezze d'onda $\lambda = h/p$

Percentuale
della
riflessione

prop. a λ

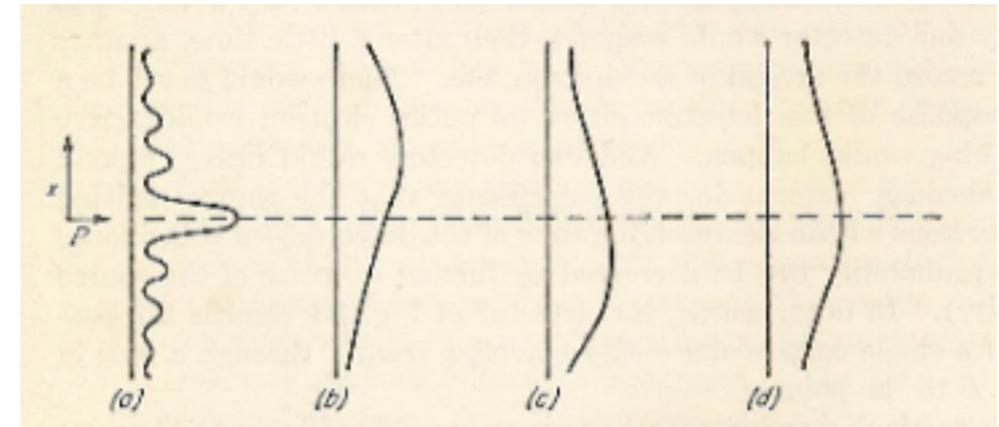
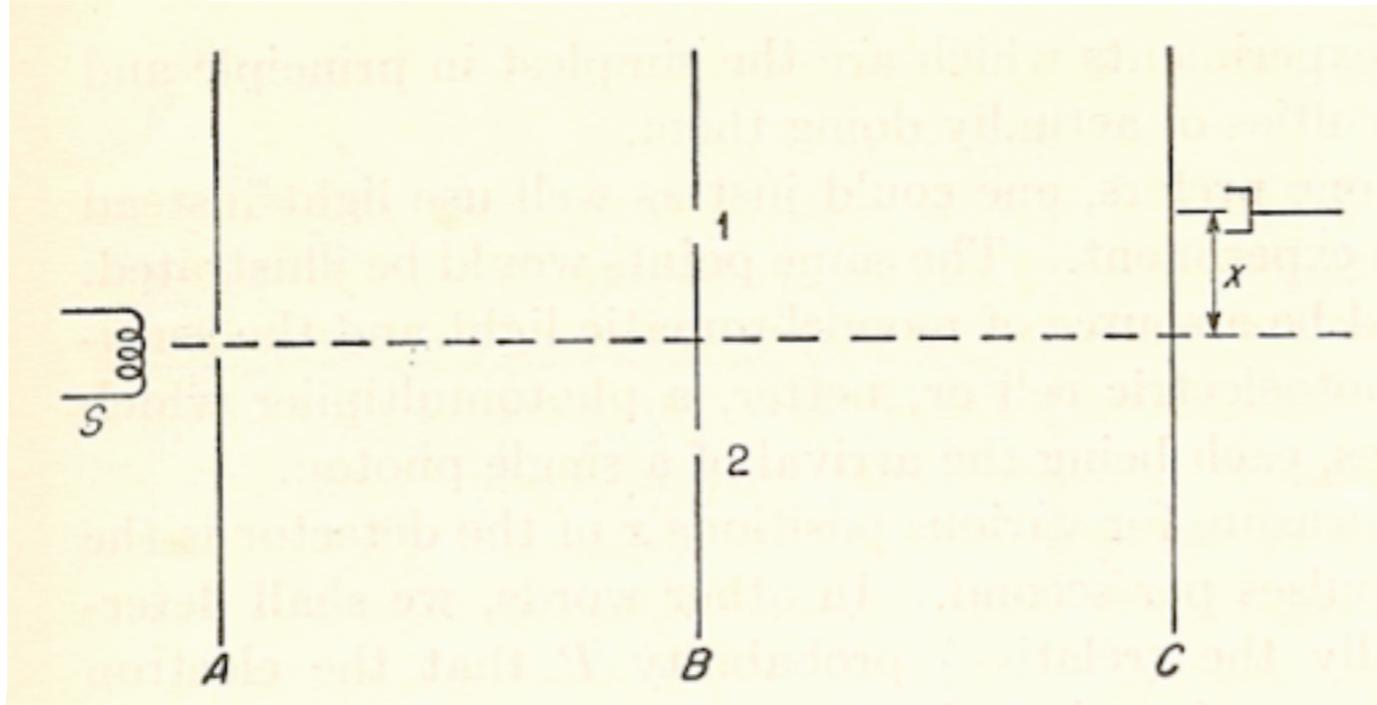


$$Amp. = \sum_{cammini} (-1)^n e^{i \frac{2\pi}{\lambda} x};$$
$$Prob. = |A|^2$$

Elettrodinamica
Quantistica (QED) in nuce

Ancora una volta con sentimento...diffrazione degli elettroni

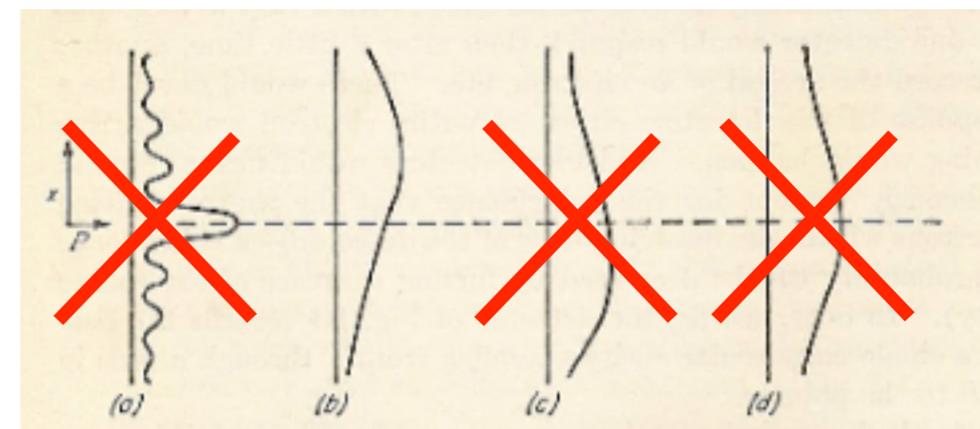
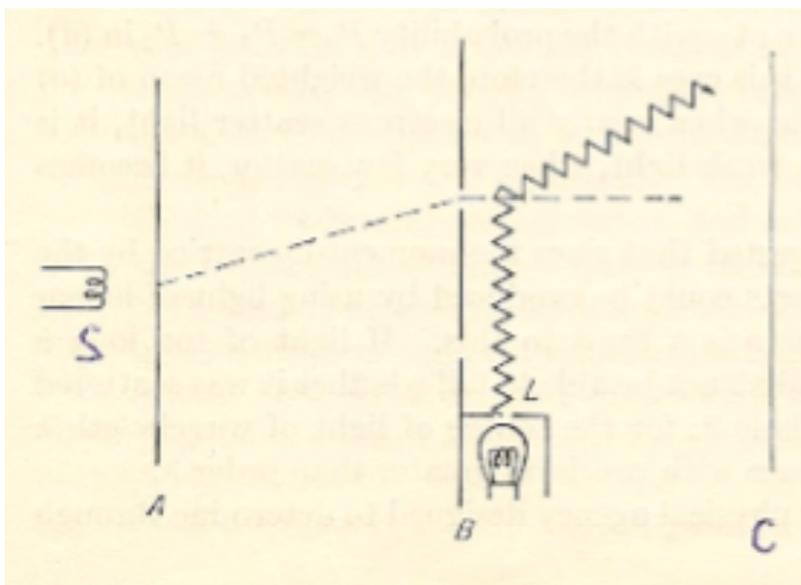
- mandiamo 1 elettrone alla volta da A verso uno schermo B con 2 fenditure, seguito da una lastra fotografica (C)
- ogni elettrone impressiona la lastra in un punto di C
- dopo molti elettroni, si ottiene la figura di diffrazione P



P **P₁** **P₂** **P₁ + P₂**

$$P = |A_1 + A_2|^2 \quad P_{1,2} = |A_{1,2}|^2$$

- le ampiezze dei cammini che non possiamo distinguere, date le condizioni al contorno, interferiscono tra loro
- stessa regola che per i fotoni
- se cerchiamo di distinguere 1 da 2, illuminando la fenditura, otteniamo la figura $P_1 = |A_1|^2$



5. La quantizzazione degli atomi



- Negli esempi precedenti, le condizioni al contorno che permettono di calcolare le ampiezze, e quindi le probabilità, sono date da schermi e fenditure “classici”, ovvero grandi e pesanti.
- Ma in alcuni casi, quello che trattiene l’elettrone sono le forze elettrostatiche all’interno dell’atomo.
- In questo caso, le condizioni al contorno cui deve soddisfare l’ampiezza sono la condizione di essere continua in tutto lo spazio e di annullarsi all’infinito.
- Il caso più celebre (Bohr) è quello di un elettrone legato dalla forza elettrostatica ad un centro fisso, ad es. un protone, che è 1820 volte più pesante e quindi “sta fermo” nell’origine delle coordinate
- le condizioni al contorno fissano le “regole di quantizzazione” che danno i livelli discreti di energia dell’atomo e determinano le frequenze possibili della luce emessa dall’atomo (vedi calcolo).

$$R_B = \frac{\hbar c}{\alpha m c^2} \approx 0.54 \text{ \AA}; \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$E_n = -\frac{e^2}{2n^2 R_B} = -\frac{1}{2n^2} \alpha^2 m c^2 \approx -\frac{13.3}{n^2} \text{ eV}$$

$$\frac{E_n - E_2}{ch} = \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) R_y, \quad R_y \approx 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

- il raggio di Bohr

- la formula di Bohr

- la serie di Balmer

Lunghezza d'onda di de Broglie e livelli dell'atomo d'idrogeno

- f. centripeta = f. centrifuga

$$\frac{e^2}{r^2} = m \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 r = \frac{mv^2}{r} = \frac{p^2}{mr}, \text{ ovvero}$$

$$p^2 = \frac{me^2}{r} \quad (1)$$

- la condizione di continuità dell'ampiezza di probabilità...

$$2\pi r = n\lambda = \frac{n\hbar}{p}, \text{ ovvero : } rp = n\hbar \quad (2)$$

...dà la condizione di quantizzazione di Bohr !

- mettendo tutto insieme:

$$(n\hbar)^2 = (rp)^2 = me^2r, \text{ ovvero : } r = n^2 R_B$$

$$R_B = \frac{\hbar c}{\alpha mc^2} \approx 0.54 \text{ \AA}; \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$$

$$E_n = -\frac{e^2}{2n^2 R_B} = -\frac{1}{2n^2} \alpha^2 mc^2 \approx -\frac{13.3}{n^2} \text{ eV}$$

$$\frac{E_n - E_2}{ch} = \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{Ry}, \quad \text{Ry} \approx 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

- il raggio di Bohr

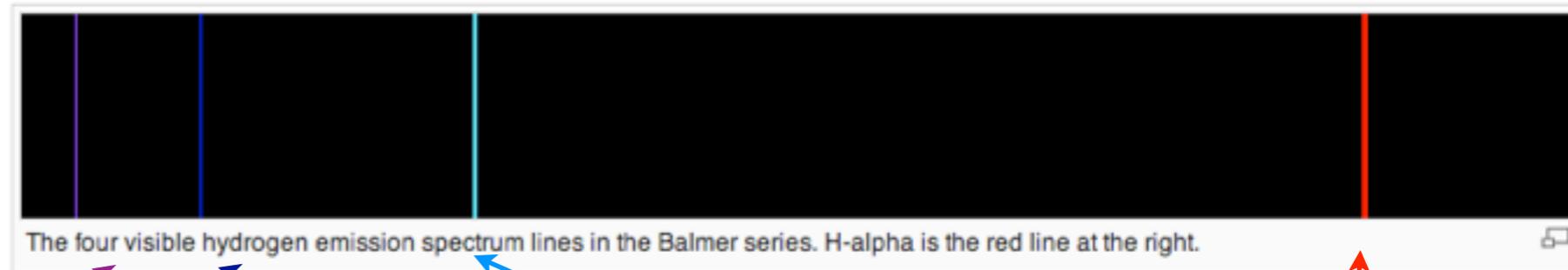
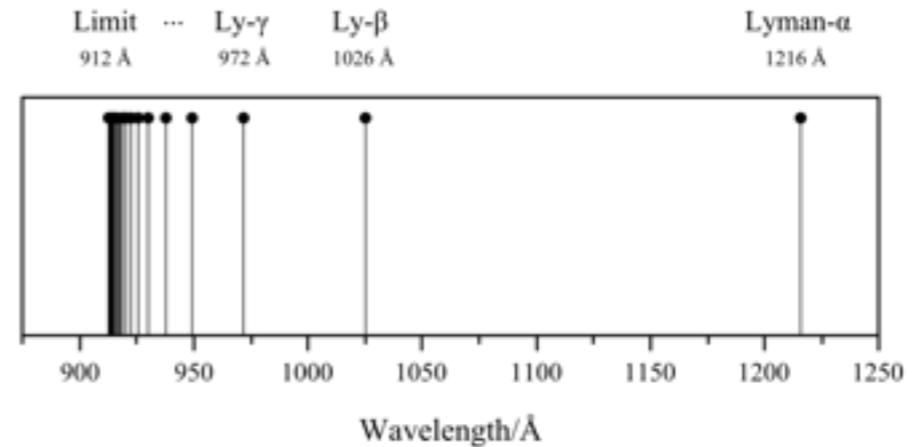
- la formula di Bohr

- la serie di Balmer

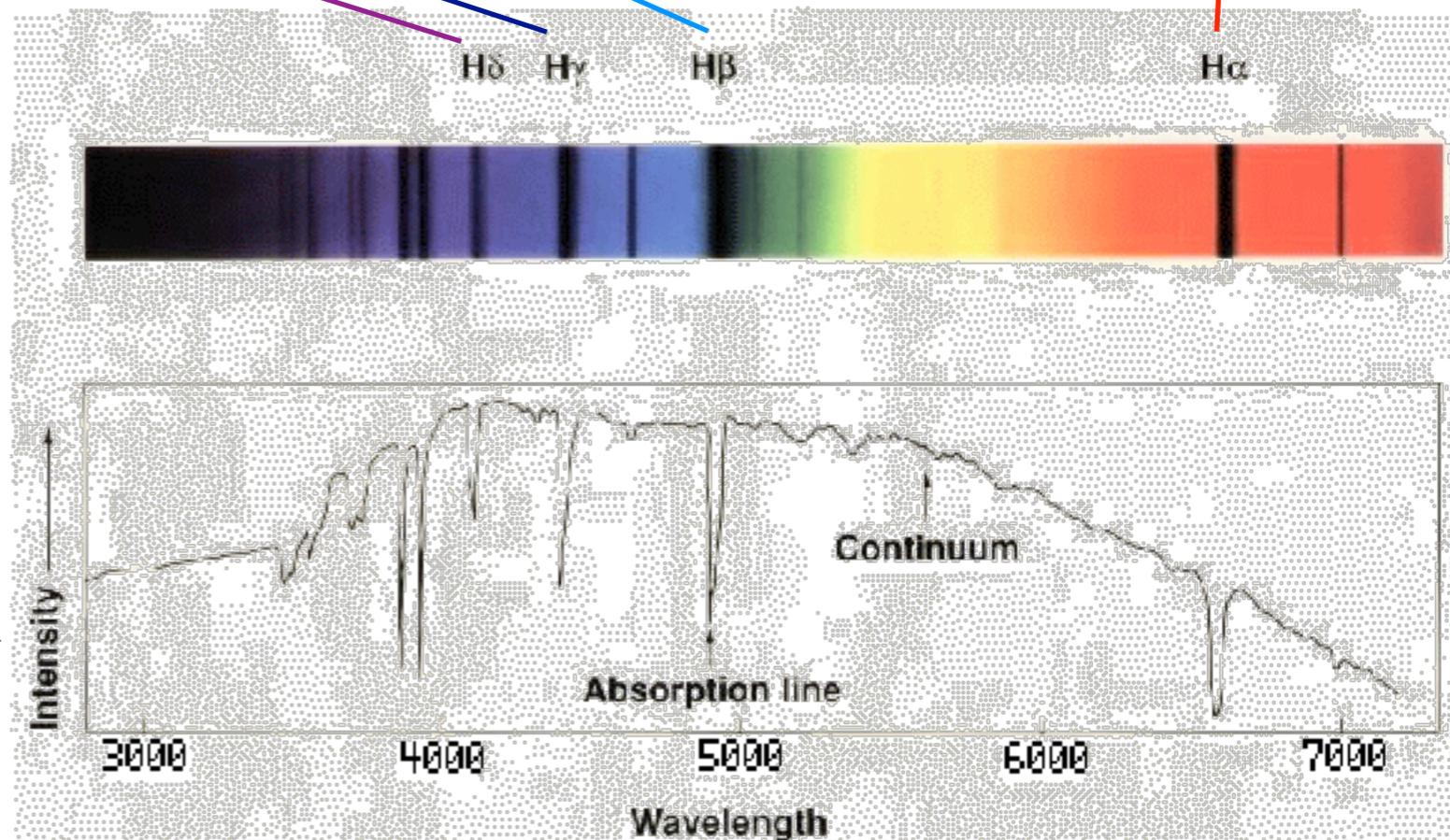
6. Linee spettrali nelle stelle

$$\frac{E_n - E_2}{ch} = \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right) R_y$$

- La serie di Lyman, nell'ultravioletto ($n_0=1$)
- La serie di Balmer nel visibile ($n_0=2$)

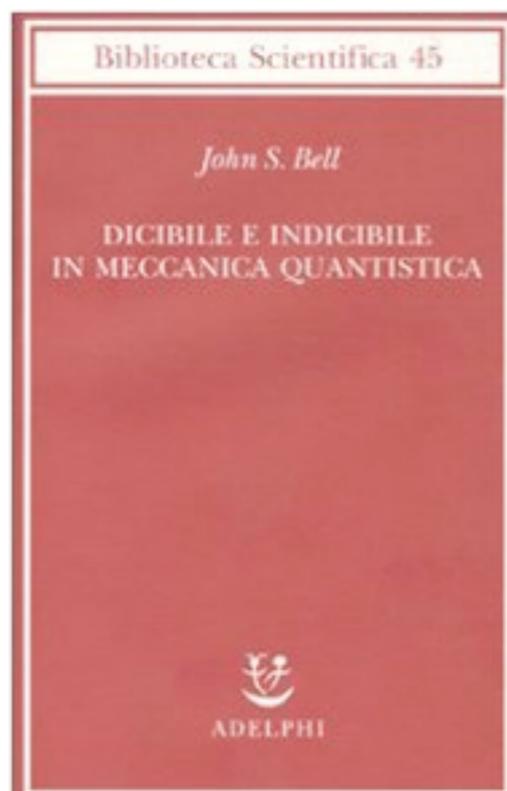


- gli strati esterni dell'atmosfera stellare sono più freddi: sullo spettro di corpo nero della luce proveniente dagli strati interni caldi vediamo righe oscure (righe di assorbimento) che corrispondono alla luce assorbita nelle transizioni ad es. da $n_0=2$ ad uno stato superiore (serie di Balmer nel visibile)



7. Realta', realismo....

- L'interpretazione probabilistica delle ampiezze descrive con successo i risultati degli esperimenti di laboratorio
- ma che succede “ nella realta' “ ad un fotone riflesso dalla Luna e che nessuno osserva? dove va?
- Einstein pensava che la Meccanica Quantistica fosse incompleta, Feynman non si sbilancia (“ sembra assurdo, ma e' cosi' ”)
- Le misure sperimentali sulle diseuguaglianze derivate da John Bell nel 1964 (A. Aspect, 1982) preferiscono la MQ al “realismo locale” di Einstein



Dicabile e indicibile in
meccanica quantistica
[John S. Bell](#) (Autore), [G. Lorenzoni](#) (a
cura di)

Does the Moon exist when
nobody looks at it?
(D. Mermin)