

ESERCIZI DI DINAMICA DEI FLUIDI

Determinare la potenza di una pompa che solleva acqua da una profondità di $h=15$ m con una portata $Q=600$ L/min e la immette in un tubo di diametro $d=4$ cm.

SOL.- Il lavoro fatto dalla pompa nell'unità di tempo serve a sollevare l'acqua e a conferirle energia cinetica. La prima è $W_1 = Q\rho gh = 1471,5$ W. La velocità dell'acqua nel tubo è $v = Q/(\pi d^2/4) = 7,96$ m/s. La potenza necessaria per conferire tale velocità è $W_2 = Q\rho v^2/2 = 316,95$ W. La potenza richiesta è $W = W_1 + W_2 = 1788,5$ W.

Un aerostato con troppa zavorra scende con un'accelerazione $a=0,5$ m/s². Quanta percentuale della propria massa deve scaricare affinché l'accelerazione si inverta? (Trascurare la resistenza del mezzo)

SOL.- Detta S la spinta di Archimede si ha: $mg - S = ma$, $(m - \Delta m)g - S = -(m - \Delta m)a \rightarrow \Delta m/m = 2a/(g + a) = 9,7\%$.

Una boa sferica rigida di raggio $R=20$ cm e massa trascurabile galleggia in un lago. Determinare il lavoro che occorre compiere per immergerla completamente.

SOL.- Nell'affondare la sfera occorre spostare acqua dal centro di massa del volume immerso alla superficie, il cui livello non varia. Pertanto il lavoro richiesto è $L = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_l g R = 65,7$ J.

Un corpo solido si trova in equilibrio nella zona di separazione tra due liquidi non miscibili di masse volumiche $\rho_1=8 \cdot 10^2$ kg/m³ e $\rho_2=10^3$ kg/m³. Se la frazione del suo volume totale immersa nel fluido più pesante è $f=0,2$, calcolare la massa volumica del corpo.

SOL.- All'equilibrio $\rho V g = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2)g$, con $f = \frac{V_2}{V_1 + V_2}$ sicché si ha $\rho = \rho_1 + f(\rho_2 - \rho_1) = 8,04 \cdot 10^2$ kg/m³.

Un recipiente contenente acqua ($\rho_a=10^3$ kg/m³) è poggiato sul piatto di una bilancia. Se un corpo ($\rho=3 \cdot 10^3$ kg/m³ e massa $m=3$ kg) sostenuto da un filo è immerso completamente senza toccare il fondo, quale sarà la variazione di peso indicata dalla bilancia?

SOL.- Per il terzo principio della dinamica la bilancia indicherà un aumento di peso pari alla spinta di Archimede pari a $\rho_a \frac{m}{\rho} g = 9,81$ N.

In un recipiente contenete acqua ($\rho_l=10^3$ kg/m³), posto su una bilancia, viene totalmente immerso senza che tocchi il fondo un corpo. Se la bilancia mostra un aumento di peso pari a $\Delta P=0,981$ N determinare il volume del corpo immerso.

SOL.- L'aumento di peso è, per il terzo principio della dinamica, in modulo pari alla spinta di Archimede sicché

$$V = \frac{\Delta P}{\rho_l g} = 0,1 \text{ l} = 10^{-4} \text{ m}^3.$$

In un contenitore vi sono due liquidi immiscibili (masse volumiche $\rho_1=10^3$ kg/m³, $\rho_2=0,7 \cdot 10^3$ kg/m³). Determinare la percentuale di volume di un corpo di massa volumica $\rho_s=0,9 \cdot 10^3$ kg/m³ immersa nel liquido più denso.

SOL.- Per l'equilibrio del corpo di volume V si ha: $V_1 \rho_1 g + (V - V_1) \rho_2 g = V \rho_s g$, da cui si ricava

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\rho_s - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = 0,66.$$

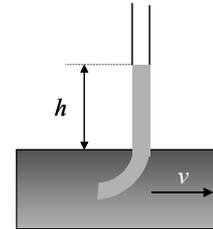
In un tubo orizzontale che presenta sezioni $S_1=10$ cm² e $S_2=5$ cm² scorre dell'acqua con una portata $Q=0,82$ kg/s. Determinare la differenza di pressione esistente tra le due sezioni.

SOL.- Applicando il teorema di Bernoulli $\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ e l'equazione di continuità

$$\rho v_1 S_1 = \rho v_2 S_2 \text{ si ottiene } \Delta p = \left(\frac{Q}{S_1 S_2} \right)^2 \frac{S_1^2 - S_2^2}{2\rho} = 10^3 \text{ Pa.}$$

Con riferimento alla figura determinare la velocità orizzontale dell'acqua se nel tubo il suo livello sale di $h=15$ cm.

SOL.- Applicando il teorema di Bernoulli a due punti della stessa linea di flusso orizzontale passante per il punto di arresto dell'ingrasso del tubo piegato, si ha: $v = \sqrt{2gh} = 1,7$ m/s.



In un tubo di sezione $S=10^2$ cm² e altezza $h=1$ m l'acqua ivi contenuta è spinta da un pistone inferiore a cui è applicata una forza verticale $F=200$ N. A quale velocità inizia a fuoriuscire il liquido da un piccolo foro posto sulla sommità del tubo?

SOL.- Applicando il teorema di Bernoulli, essendo p la variazione di pressione fornita dalla forza, si ha:

$$\frac{p}{\rho g} = h + \frac{v^2}{2g}, \quad v = \sqrt{\frac{2p}{\rho} - 2gh} = 4,51 \text{ m/s.}$$

Un irrigatore a terra ha un ugello di diametro $D_1=1,25$ cm e lancia l'acqua alla distanza massima $d_1=1$ m. Quale deve essere il diametro dell'ugello se si vuole lanciare l'acqua alla distanza massima $d_2=25$ m?

SOL.- La gittata massima vale $d = v^2 / g$. Per l'equazione di continuità si ha: $v_1 S_1 = v_{25} S_{25} \rightarrow$

$$\frac{v_1}{v_{25}} = \left(\frac{D_{25}}{D_1} \right)^2, \quad d_{25} = \frac{v_{25}^2}{g} = \left(\frac{D_1}{D_{25}} \right)^4 d_1 \rightarrow D_{25} = D_1 \left(\frac{d_1}{d_{25}} \right)^{1/4} = 0,56 \text{ cm.}$$

In un tubo orizzontale a sezione variabile scorre acqua (da considerarsi come un fluido ideale) con una portata $Q=0,82$ kg/s. Determinare la pressione esistente tra due sezioni $S_1=10$ cm² e $S_2=5$ cm² del tubo.

SOL.- Dal teorema di Bernoulli $\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}$ e dall'equazione di continuità $\rho v_1 S_1 = \rho v_2 S_2$ si

$$\text{ottiene per la differenza di pressione } \Delta p = \frac{Q^2 (S_1^2 - S_2^2)}{2\rho (S_1 S_2)^2} = 10^3 \text{ Pa.}$$

In un grande recipiente di altezza $h=60$ cm riempito di acqua e fissato su un piano orizzontale è praticato un piccolo foro sulla parete laterale. Determinare la massima distanza possibile dal recipiente a cui il getto urta il piano di appoggio.

SOL.- Per il teorema di Torricelli, detta x l'altezza del foro dal piano di appoggio, la velocità di efflusso dell'acqua è $v = \sqrt{2g(h-x)}$. Il moto di caduta dell'acqua sarà parabolico ed urterà il piano alla distanza $l = \sqrt{4(h-x)x}$, che dovendo essere massima dovrà soddisfare alla condizione $dl/dx=0$, il che fornisce $x=h/2$ cui corrisponde una distanza $l_{max}=h=60$ cm.

Sul fondo di una grande cisterna, riempita di acqua per una profondità $H=6$ m e aperta superiormente, è presente un foro di sezione circolare $S=1$ cm². Determinare la sezione che il getto verticale di acqua presenta dopo aver percorso cadendo un tratto $h=50$ cm.

SOL.- La velocità di efflusso vale per il teorema di Torricelli $v_0 = \sqrt{2gH}$; quella dopo aver percorso il tratto verticale h è $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Dovendosi conservare la portata lungo il getto

$$S'v = Sv_0 \text{ da cui si ottiene } S' = S\sqrt{\frac{H}{h+H}} = 0,96 \text{ cm}^2.$$

In un gomito a 90° di un tubo di raggio $R = 2,5$ cm scorre dell'acqua alla velocità $v = 6$ m/s. Determinare la forza risultante esercitata dal fluido sul gomito.

SOL.- Per far variare la direzione del flusso di acqua occorre una forza $\mathbf{F} = d\mathbf{q}/dt$ essendo $dq = \sqrt{2} \rho S v \cdot v dt$ la variazione elementare della quantità di moto dell'acqua; sicché la forza (uguale e opposta esercitata sul gomito) vale $F = \sqrt{2} \rho S v^2 = 0.1$ N.
