

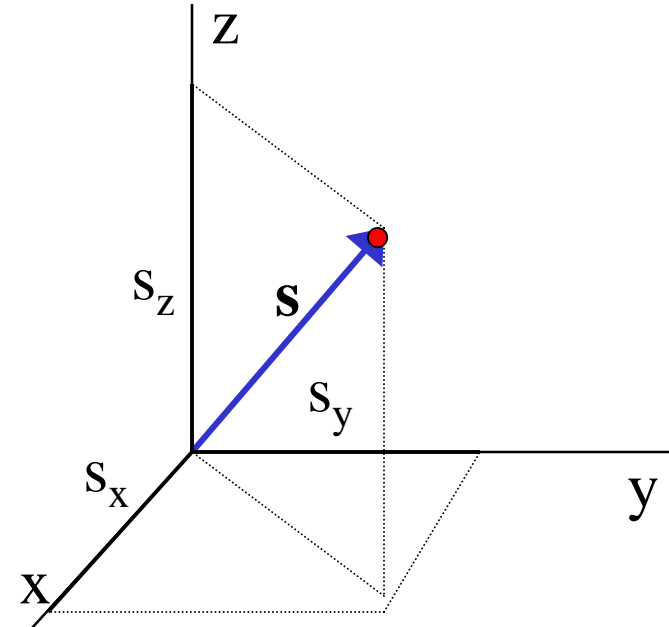
# Biomeccanica

- Cinematica
- Dinamica
- Statica dei corpi rigidi
- Energia e principi di conservazione

**Posizione:** definita da :  
**modulo, direzione, verso**

⇒ **vettore  $\vec{s}$**

**unità di misura (S.I.) : metro**

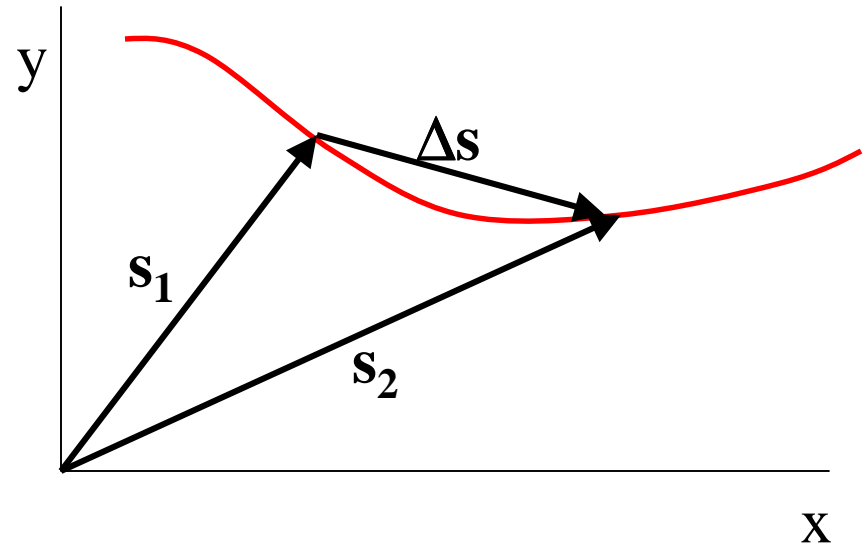


**Traiettoria:** rappresenta le posizioni occupate  
dal punto in istanti successivi.

**Legge oraria** :  $\vec{s} = \vec{s}(t)$

## Vettore spostamento:

$$\begin{aligned}\Delta\vec{s} &= \vec{s}_2 - \vec{s}_1 \\ &= \vec{s}(t_2) - \vec{s}(t_1)\end{aligned}$$



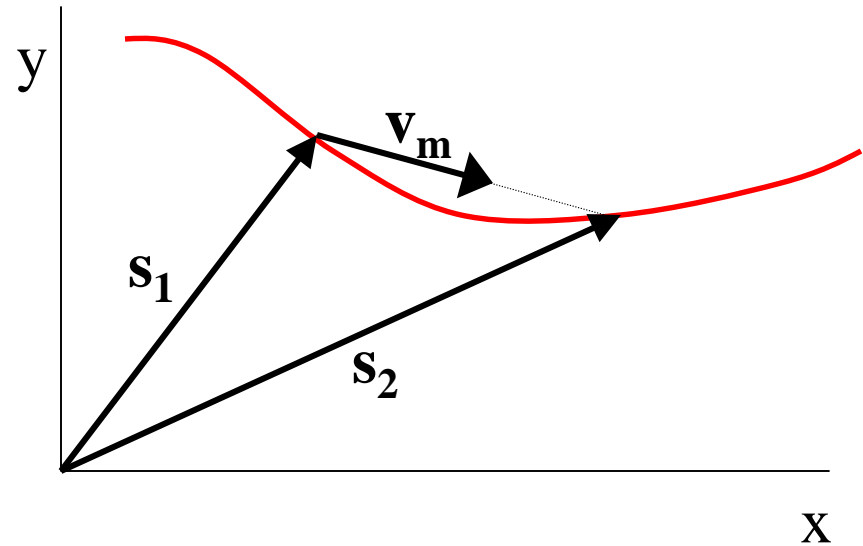
## Caso unidimensionale:

il moto è rettilineo (per esempio lungo l'asse x):

$$\left. \begin{array}{l} t_1 \longrightarrow x_1 = x(t_1) \\ t_2 \longrightarrow x_2 = x(t_2) \end{array} \right\} \Delta s = x_2 - x_1 = x(t_2) - x(t_1) = \Delta x$$

## Velocità media:

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{s}(t_2) - \vec{s}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$



unità di misura (S.I.) : **m/s** (o **m·s<sup>-1</sup>**)

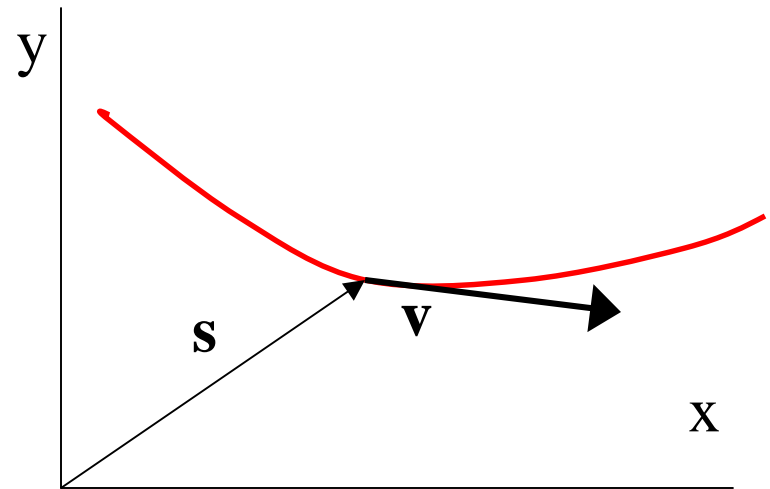
Se il moto è rettilineo:

$$v_m = \Delta x / \Delta t$$

## Velocità istantanea ( $\vec{v}$ ):

Si ottiene dalla velocità media quando l'intervallo di tempo  $\Delta t$  diventa infinitamente piccolo:

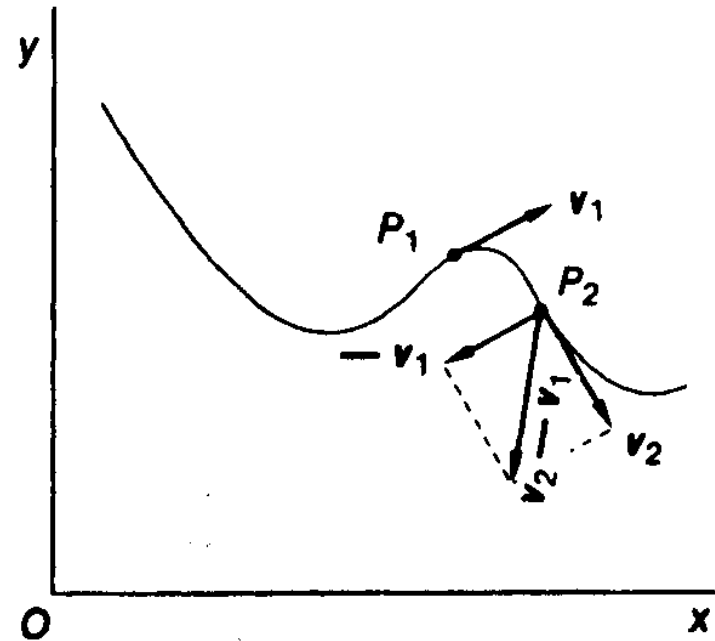
- è definita in ogni punto della traiettoria;
- è sempre **tangente** alla traiettoria .



Se il  $\vec{v}$  è costante nel tempo:  $\vec{v} = \vec{v}_m$

## Accelerazione media:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



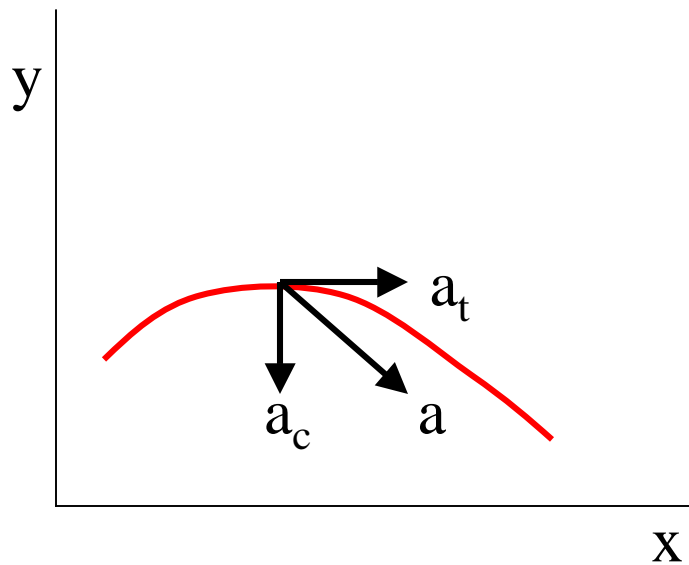
unità di misura (S.I.) : **m/s<sup>2</sup>** (o **m·s<sup>-2</sup>**)

Se il moto è rettilineo:

$$a_m = \Delta v / \Delta t$$

## Accelerazione istantanea ( $\vec{a}$ ):

Si ottiene dalla accelerazione media quando l'intervallo di tempo  $\Delta t$  diventa infinitamente piccolo.



$\vec{a}_t$  (accelerazione **tangenziale**)

$\Rightarrow$  variazione del modulo di  $\vec{v}$

$\vec{a}_c$  (accelerazione **centripeta**)

$\Rightarrow$  variazione della direzione di  $\vec{v}$

Se il moto è rettilineo:  $\vec{a}_c = 0$

# Moto Rettilineo

Moto rettilineo uniforme ( $v=\text{costante}$   $a=0$ ):

$$\Delta x = x - x_0 = vt$$

$x_0$  = posizione iniziale ( $t=0$ )

Moto uniformemente accelerato ( $a_t=\text{costante}$   $a_c=0$ ):

$$\Delta v = v - v_0 = at$$

$$\Delta x = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$x_0$  = posizione iniziale ( $t=0$ )

$v_0$  = velocità iniziale ( $t=0$ )



### Esempio:

Un corridore corre ad una velocità costante  $v=18$  km/h. Quanto tempo impiega a percorrere 15 m ?

$$[R. \quad \Delta t = 3 \text{ s}]$$

Un' auto che parte da ferma raggiunge la velocità di 180 km/h in 25 s con accelerazione costante. Calcolare

- l'accelerazione

$$[R. \quad a = 2 \text{ m/s}^2]$$

- quanto spazio ha percorso

$$[R. \quad \Delta x = 625 \text{ m}]$$

### Esempio:

- Su di una strada di montagna un'autovettura viaggia per 1 ora alla velocità media di 40 km/h, e per 2 ore alla velocità media di 70 km/h. Si calcoli la velocità media sull'intero percorso.

$$[R. \quad V_m = 60 \text{ km/h}]$$

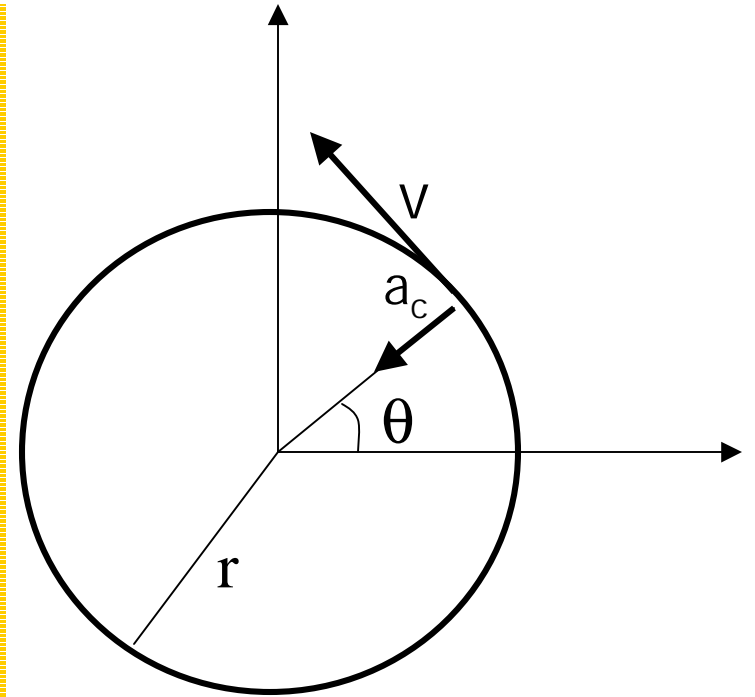
# Moto Circolare uniforme ( $a_c = \text{costante}$ $a_t = 0$ ):

$T = \text{Periodo}$  (u.m.: s)  
tempo necessario a compiere un giro

$f = \text{Frequenza}$  (u.m.:  $s^{-1} = \text{Hz}$ )  
numero di giri al secondo

$r = \text{Raggio della circonferenza}$

Nota:  $f = 1/T$



velocità

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Esempio:

Una centrifuga ruota alla frequenza di 100 Hz. Calcolare il periodo di rotazione  $T$  ed il numeri di giri che compie in un minuto.

$$\left[ \begin{array}{l} R. \quad T = 10^{-2} \text{ s} \\ \quad \quad f = 6000 \text{ giri/min} \end{array} \right]$$

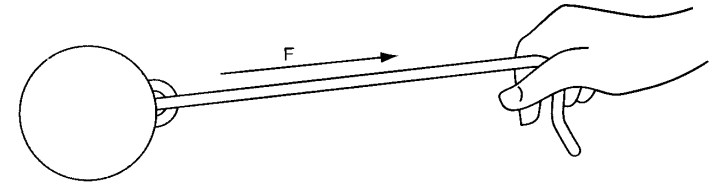
Calcolare inoltre la velocità se il raggio della centrifuga è  $r=0,5 \text{ m}$

$$[R. \quad v = 314 \text{ m/s}]$$

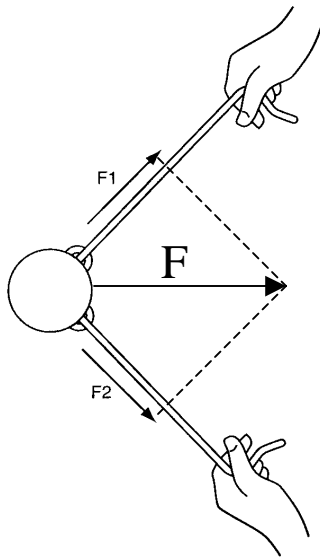
# Forza

È quella grandezza fisica che, applicata ad un corpo,

- a) ne causa la variazione della condizione di moto, oppure
- b) ne provoca la deformazione.



È una grandezza vettoriale !

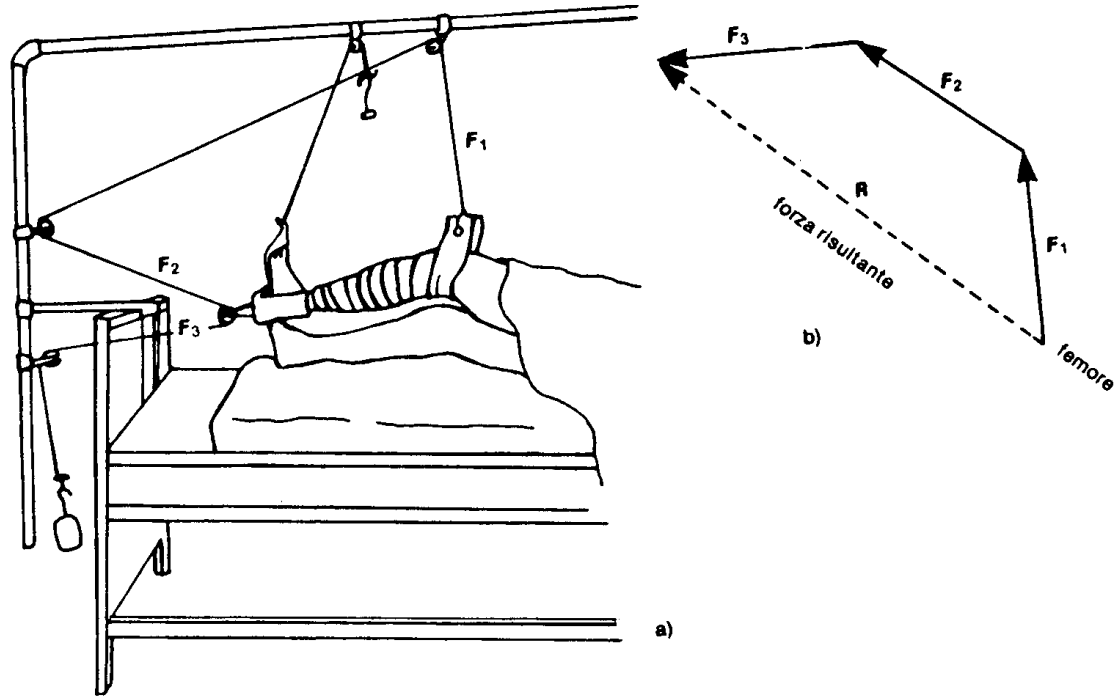


Esempio: composizione di due forze.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$\vec{F}$  è chiamata **risultante** delle forze applicate al corpo.

# Trazione di Russel



## Principi della dinamica

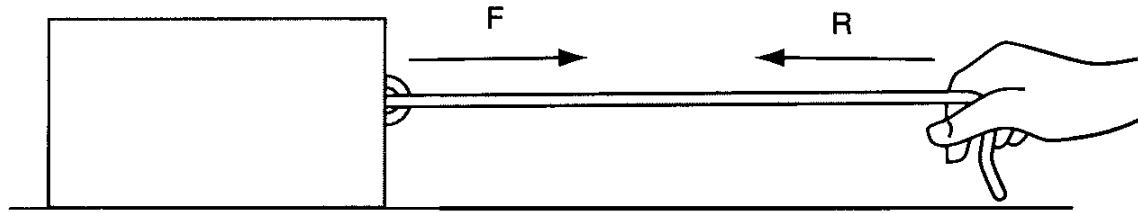
- Principio di inerzia: un corpo non soggetto a forze ( $\vec{F}=0$ ) o è in quiete oppure si muove di moto rettilineo uniforme.
- Legge di Newton:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

⇒ unità di misura (S.I.)

$$1 \text{ Newton (N)} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Principio di azione e reazione: ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.



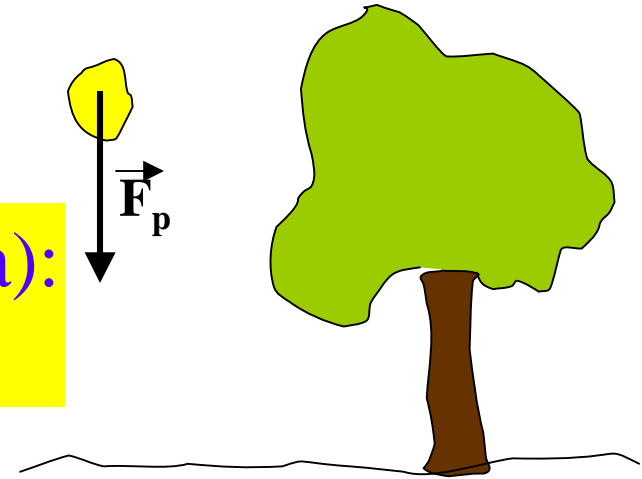
$$\vec{F} = -\vec{R}$$



## Forza peso

$$\vec{F}_p = m\vec{g}$$

Accelerazione di gravità (sulla terra):  
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 980 \text{ cm/s}^2$

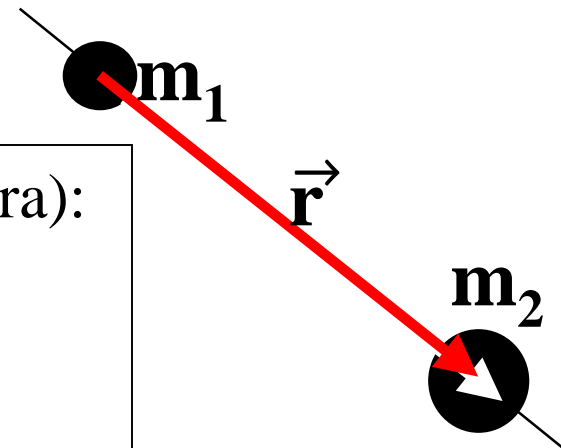


## Forza Gravitazionale

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2})$$

Sulla terra ( $M_T$  = massa terra,  $R_T$  = raggio terra):

$$F = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2} = g \cdot m$$



Esempio:

Calcolare il peso di un bambino di massa  $m = 50 \text{ kg}$

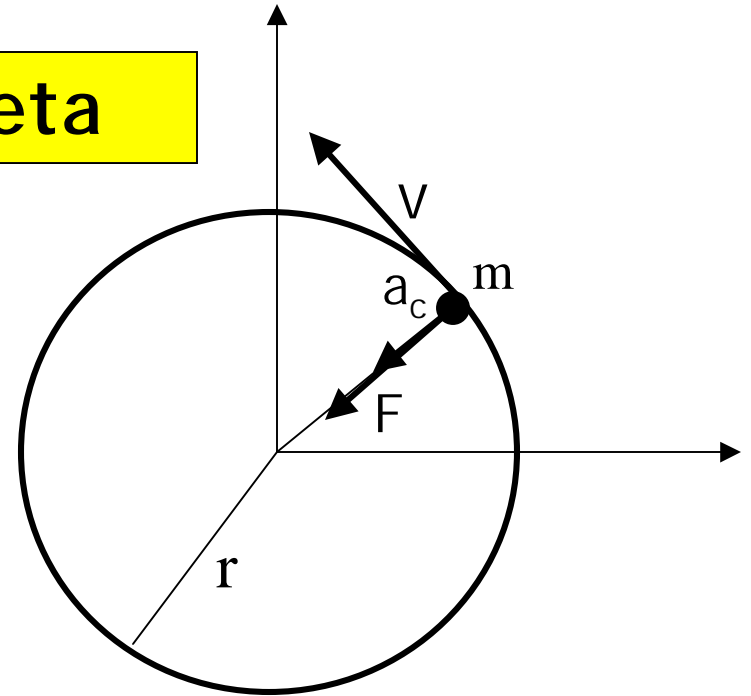
$$[R. \quad F_p = 490 \text{ N}]$$

Se, dopo un'anno, la massa del bambino è aumentata del 10%, quale sarà il suo nuovo peso ?

$$[R. \quad F_p = 539 \text{ N}]$$

## Forza Centripeta

$$F_c = m \cdot a_c = m \frac{v^2}{r}$$



Esempio:

Una centrifuga di raggio  $r=0,5$  m ha una frequenza di rotazione  $f=100$  Hz (vedi esercizio precedente).

Calcolare la forza centripeta che agisce su una massa  $m=0,5$  kg

$$[R. \quad F_c = 98596 \text{ N}]$$

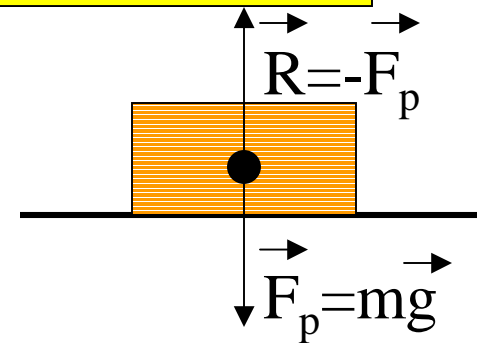
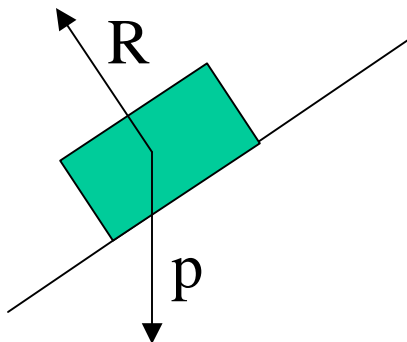
## Forze di attrito

Hanno sempre un verso tale da opporsi al moto del corpo



## Forza di contatto (reazione vincolo)

**Vincoli ideali**: non si spostano ne si deformano sotto l'azione delle forze

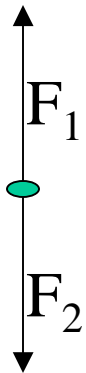


**Nota**: La reazione del vincolo  $R$  è sempre perpendicolare alla superficie

# Statica

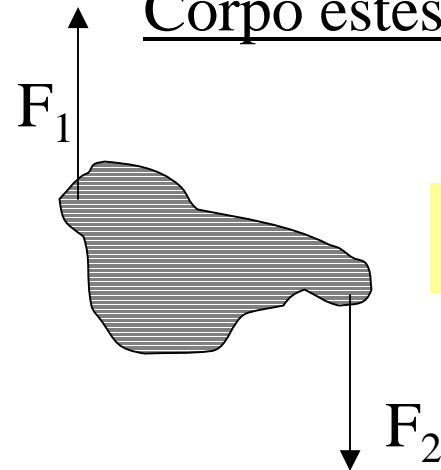
Studia le condizioni di equilibrio dei corpi estesi.

Punto materiale



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Corpo esteso



???

Definizione: corpo rigido

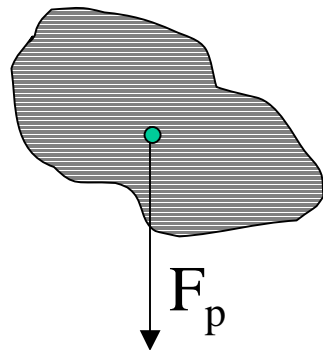
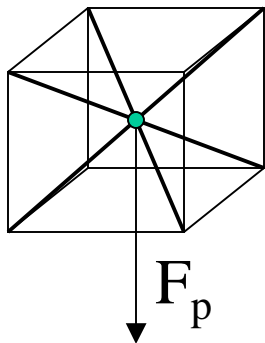
è un corpo ideale che non si deforma sotto l'azione delle forze.

# Baricentro

Rappresenta il punto in cui è applicata **la risultante delle forze peso**.

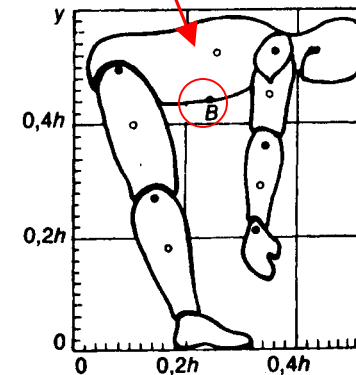
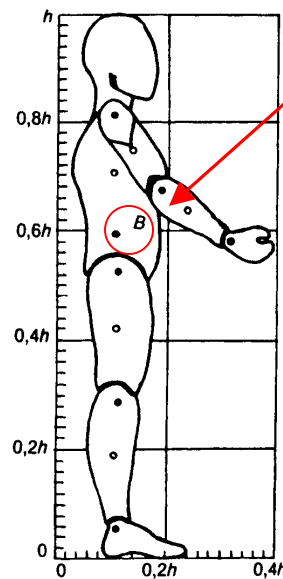
Corpo rigido:

⇒ è un punto fisso



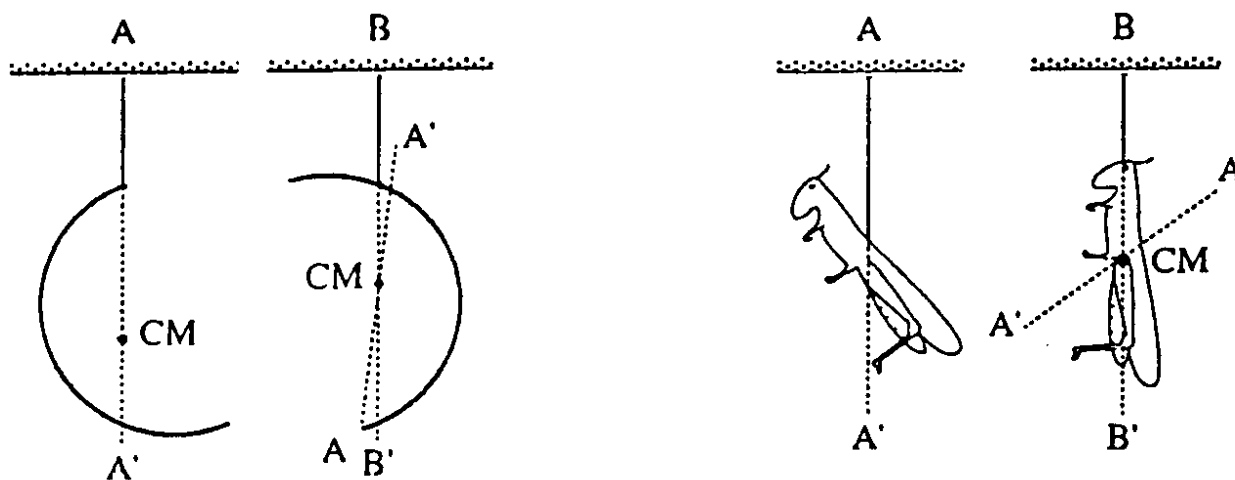
Corpo umano:

⇒ dipende dalla postura



Il baricentro di un corpo sospeso ad un filo si trova sulla verticale che passa per il punto di sostegno

Metodo empirico per determinare la posizione del baricentro:

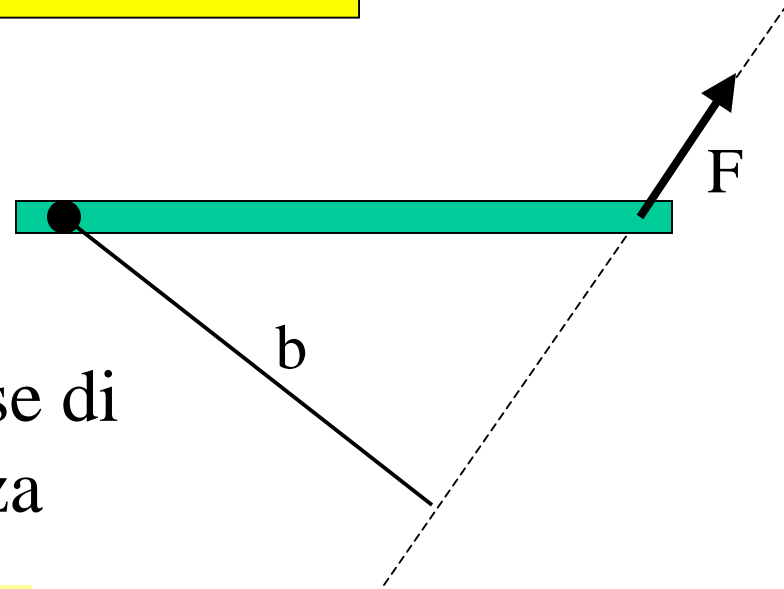




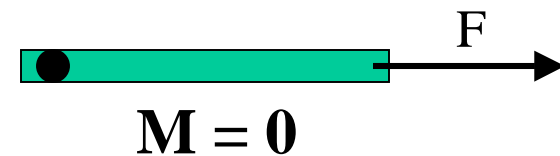
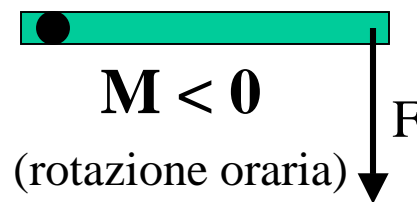
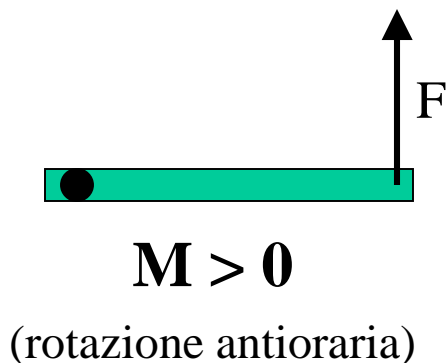
# Momento Meccanico di una Forza

$$M = b \cdot F$$

$b$  è la distanza tra la retta di applicazione della forza e l'asse di rotazione  $\Rightarrow$  **braccio** della forza



Unità di misura (S.I.) : N.m



## Condizioni di equilibrio di un corpo rigido

a) La somma delle forze che agiscono sul corpo è nulla:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = 0$$

(equilibrio traslazionale)

b) La somma dei momenti che agiscono sul corpo è nulla:

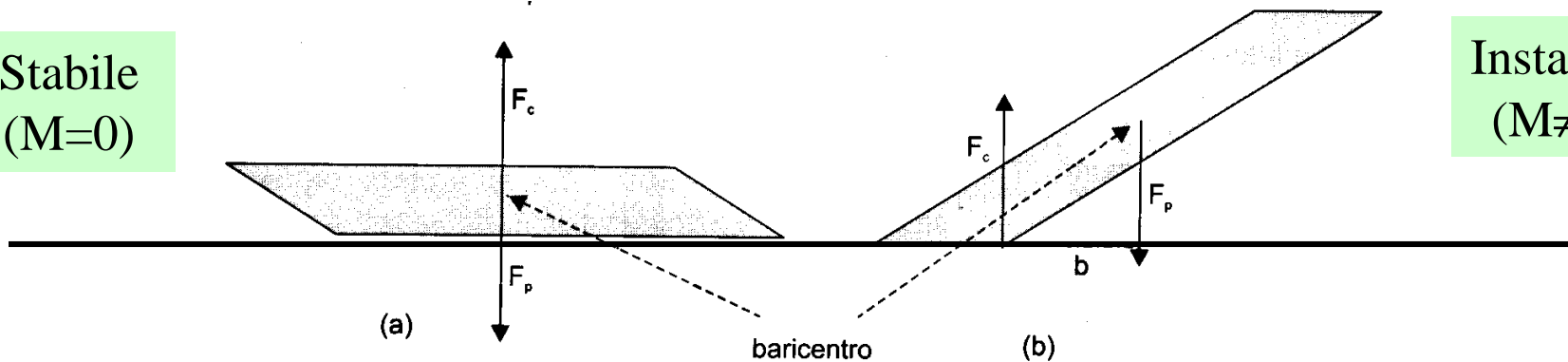
$$M = M_1 + M_2 + \dots = 0$$

(equilibrio rotazionale)

# Applicazione: stabilità di corpo su un piano

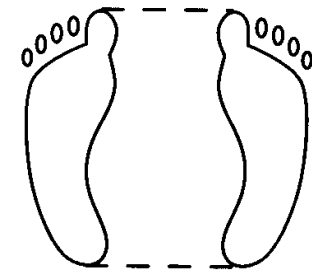
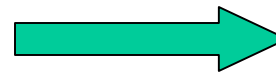
Stabile  
( $M=0$ )

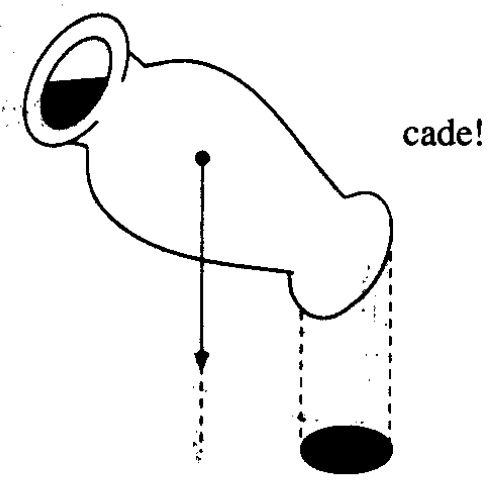
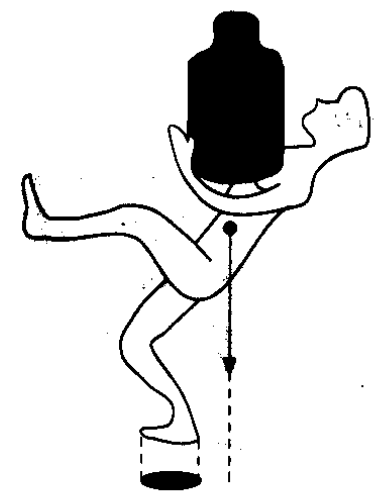
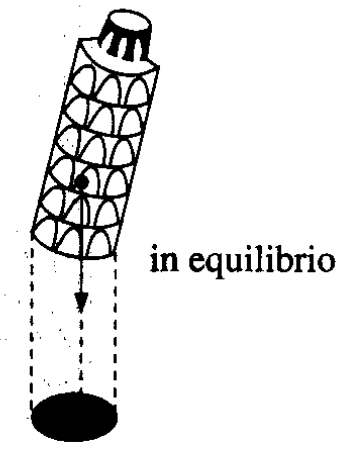
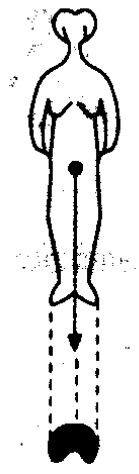
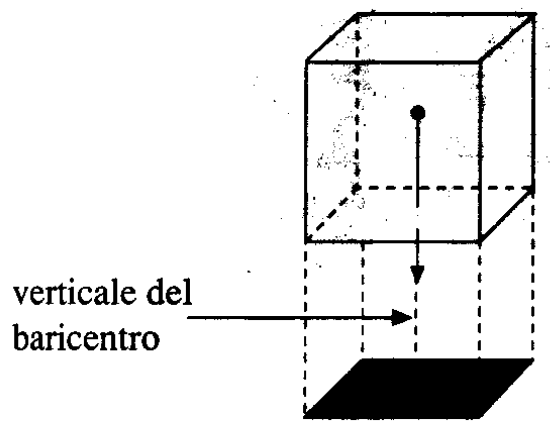
Instabile  
( $M \neq 0$ )



Un corpo è **stabile** se la proiezione verticale del baricentro cade all'interno della superficie di appoggio sul piano

Superficie di appoggio di un'uomo in posizione eretta

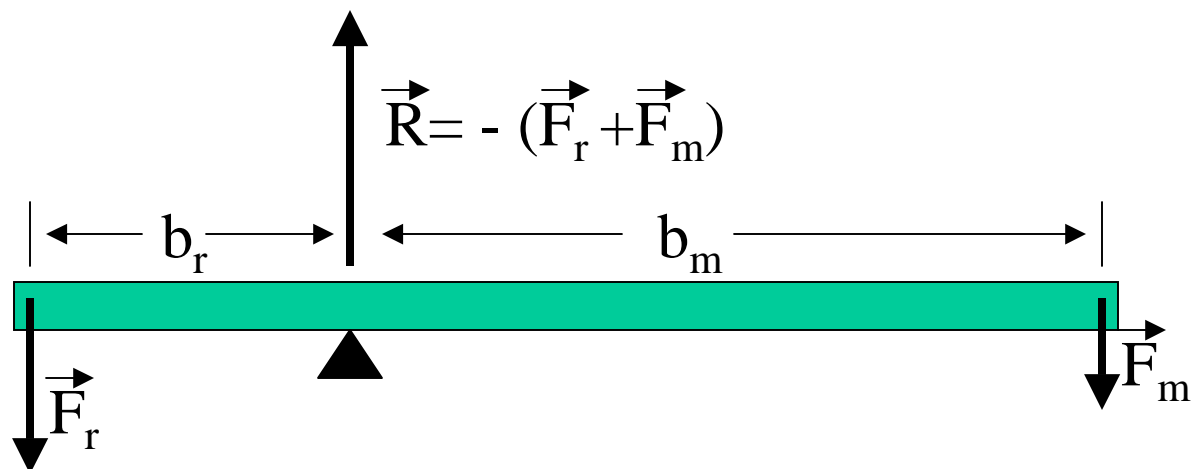




## Applicazione: le leve

$F_r$  è la forza resistente

$F_m$  è la forza motrice



Condizione di equilibrio rotazionale:

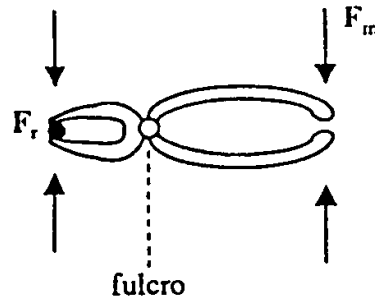
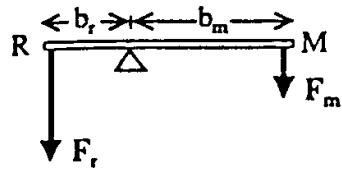
$$F_r \cdot b_r = F_m \cdot b_m$$

Guadagno meccanico:

$$G = \frac{F_r}{F_m} = \frac{b_m}{b_r}$$

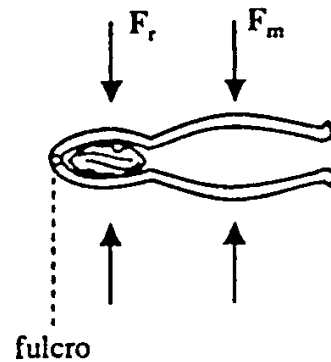
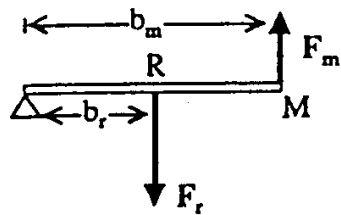
- Leva vantaggiosa ( $G > 1$ )
- Leva svantaggiosa ( $G < 1$ )

## Esempi di leve



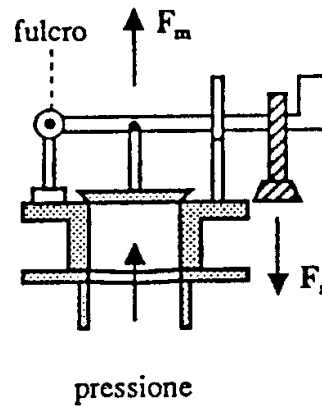
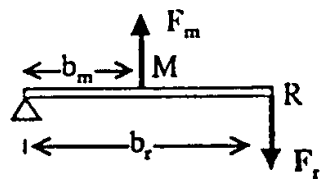
### Leva I° tipo

(es. pinza)



### Leva II° tipo ( $G > 1$ )

(es. schiaccianoci)

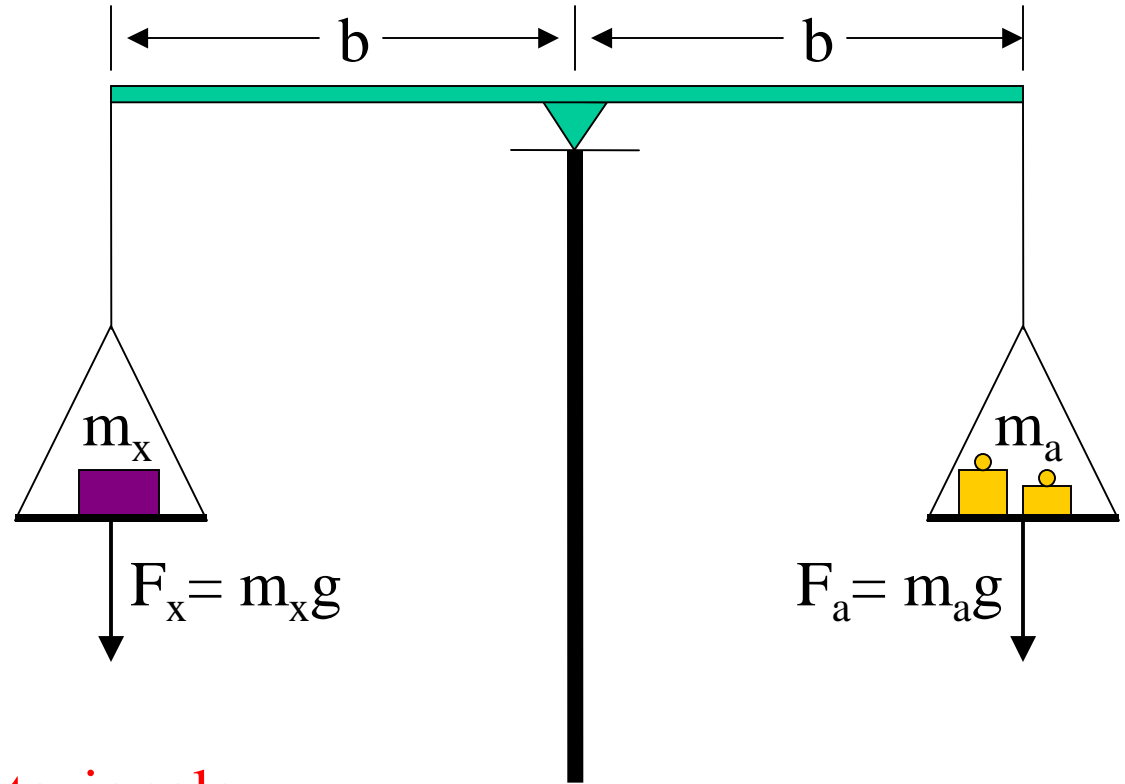


### Leva III° tipo ( $G < 1$ )

(es. valvola di sicurezza)

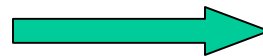
## La bilancia

È una leva di I° tipo  
a bracci uguali.



Condizione di equilibrio rotazionale:

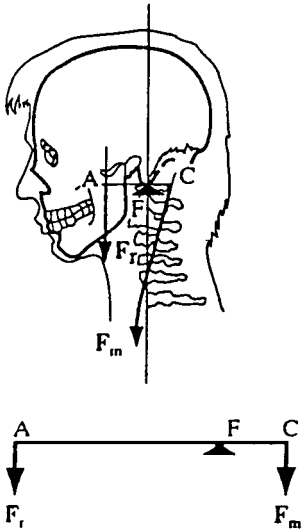
$$m_x \cdot g \cdot b = m_a \cdot g \cdot b$$



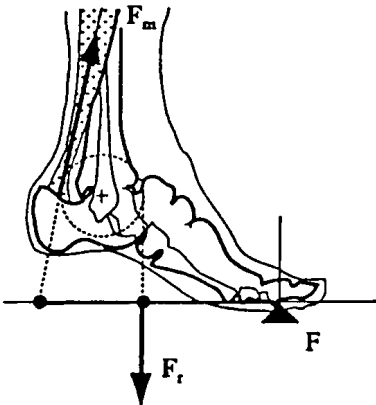
$$m_x = m_a$$

# Leve nel corpo umano

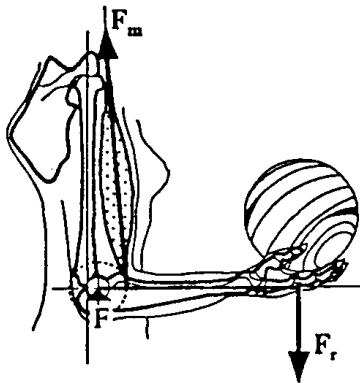
I° tipo



II° tipo

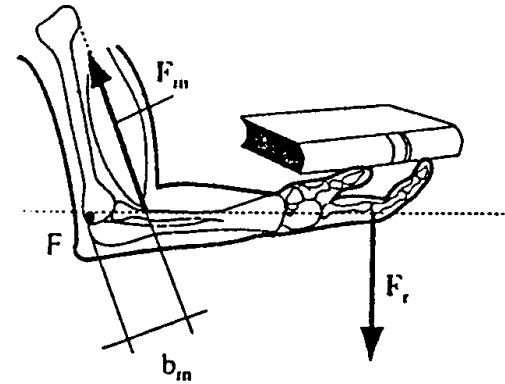
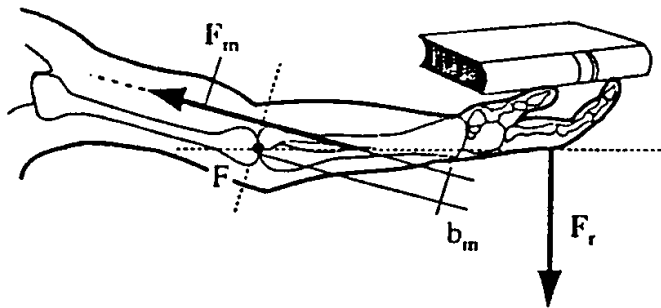


III° tipo





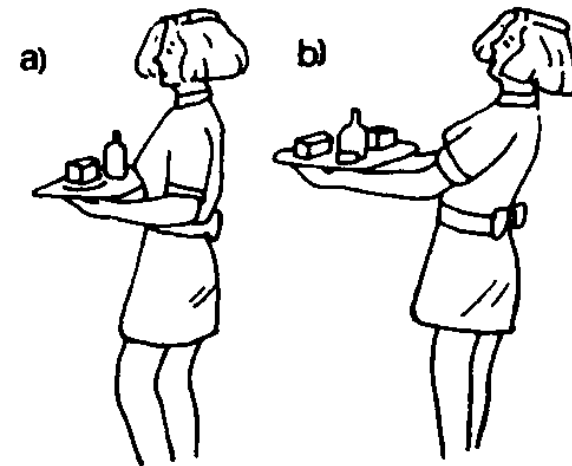
## Articolazione del gomito



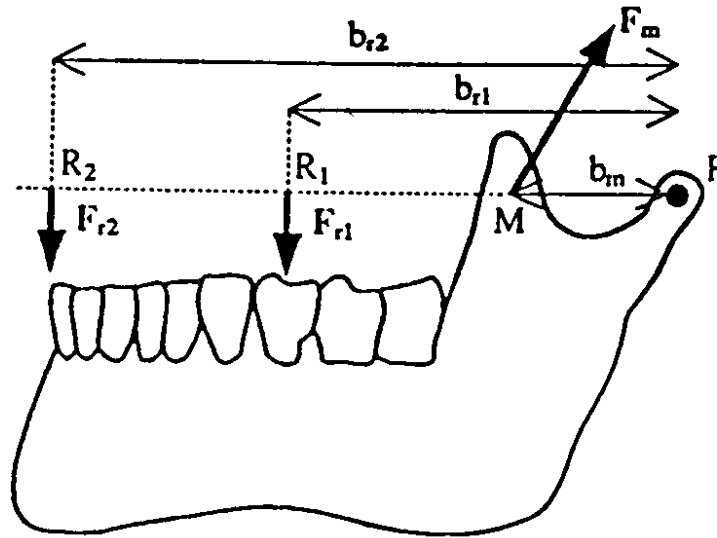
Il guadagno è minore quando il braccio è disteso

a) Postura corretta

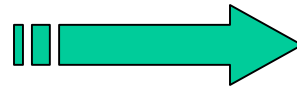
b) Postura errata



## Articolazione della mandibola

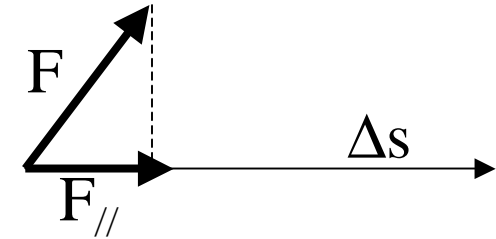
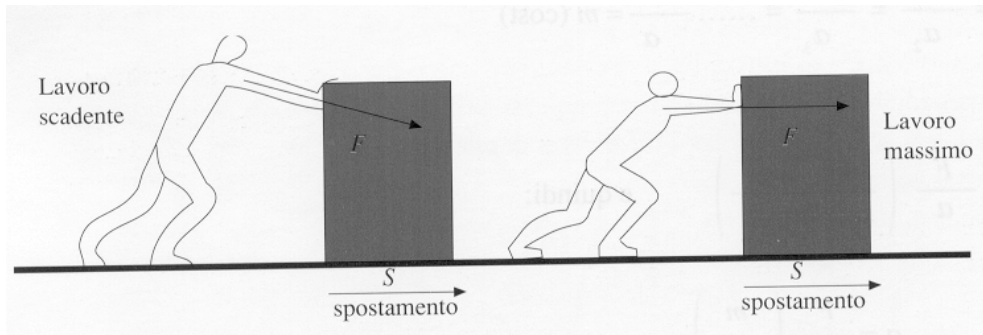


$$b_{r2} > b_{r1}$$



$$F_{r1} > F_{r2}$$

# Lavoro di una forza



$$L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s} = F_{//} \cdot \Delta s$$

⇒ unità di misura (S.I.) **1 Joule (J) = 1 N · m**

$$L = F \cdot \Delta s$$

$$L = 0$$

$$L = - F \cdot \Delta s$$

In generale:

$L > 0 \Rightarrow$  lavoro motore  
 $L < 0 \Rightarrow$  lavoro resistente

### Esempio:

Con una forza orizzontale pari a 600 N un individuo spinge una valigia sul pavimento, spostandola di 2 metri. Quanto lavoro compie la persona ?

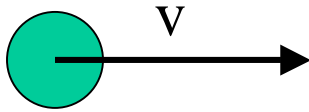
$$[R. \quad L = 1200 \text{ J}]$$

# Energia

- Rappresenta la capacità che un corpo ha di compiere lavoro.
- Concetto comune a molti campi della fisica, può presentarsi in molteplici forme:
  - energia associata a un corpo in movimento (energia cinetica)
  - energia associata alla posizione di un corpo (energia potenziale)
  - energia di legame molecolare (energia chimica)
  - energia associata alla massa (energia nucleare,  $E=mc^2$ )
  - energia termica e calore
  - .....
- Ogni processo naturale coinvolge trasformazioni di energia.
- In un sistema **isolato** l'energia totale si conserva sempre (principio di conservazione dell'energia).

# Energia Meccanica

## Energia Cinetica



$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

unità di misura (S.I.): **1 Joule (J) = 1 kg · m<sup>2</sup> / s<sup>2</sup> = 1 N · m**

**Il lavoro TOTALE compiuto su un corpo che si sposta da A a B è uguale alla variazione della sua energia cinetica**

$$L = E_{k,B} - E_{k,A} = \Delta E_k$$

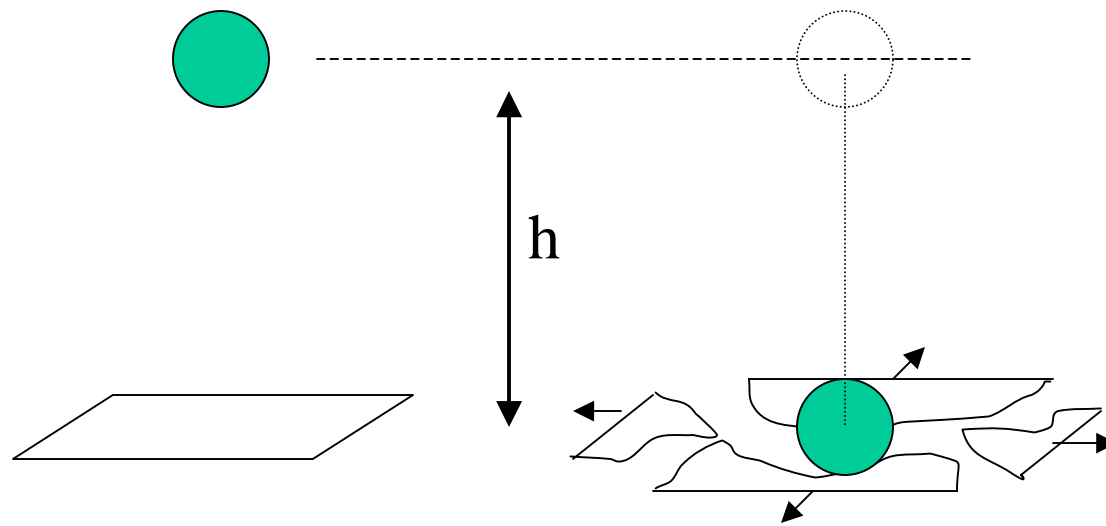
**Esempio:**

Calcolare l'energia cinetica che possiede un oggetto di massa  $m=50$  kg che cade da una altezza  $h=10$ m quando esso raggiunge il suolo.

$$[R. \quad E_k = 4900 \text{ J}]$$

# Energia Meccanica

## Energia Potenziale Gravitazionale



$$E_p = mgh$$

unità di misura (S.I.): J



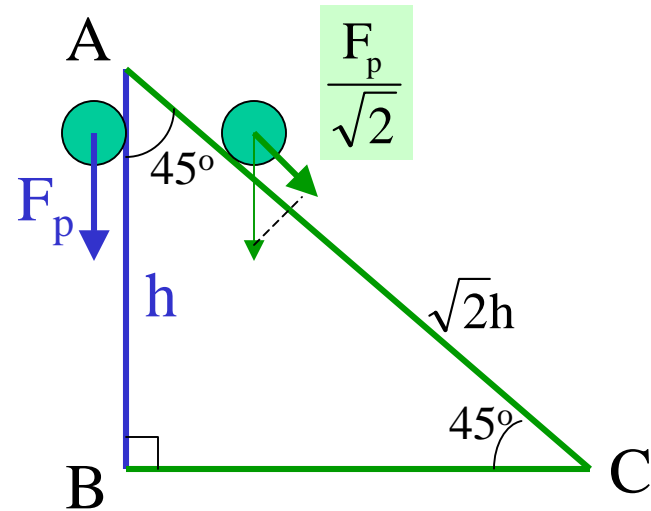
## Lavoro della forza peso

- Tragitto A→B

$$L = F_p \cdot h = mgh$$

- Tragitto A→C→B

$$L = \frac{F_p}{\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2}h) = F_p \cdot h = mgh$$

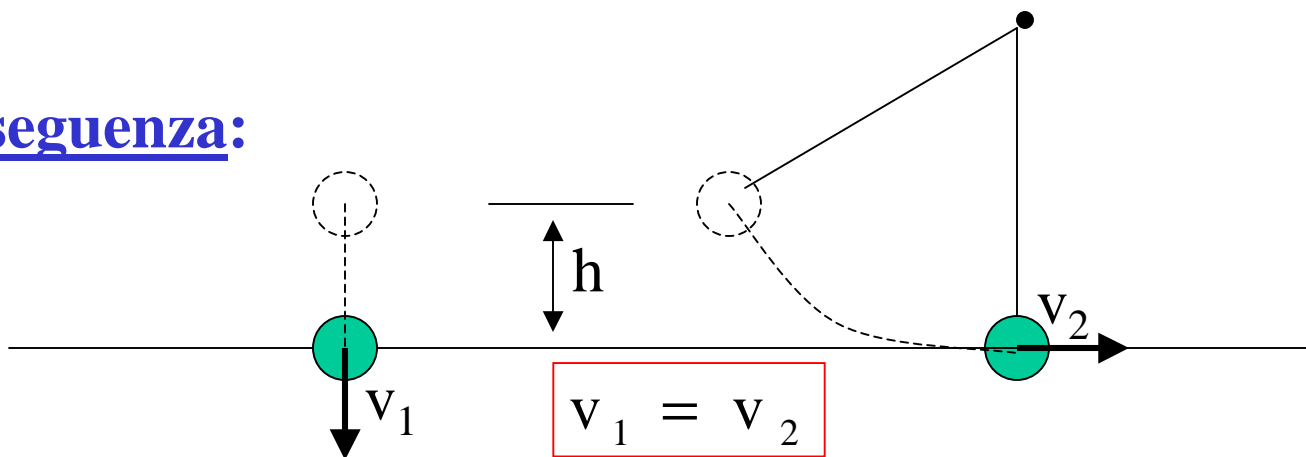


**Il lavoro della forza peso non dipende dal percorso seguito !**

**Forza conservativa**

$$\begin{aligned} L = mgh &= E_{p,A} - E_{p,B} = -\Delta E_p \\ &= E_{k,B} - E_{k,A} = \Delta E_k \end{aligned}$$

Conseguenza:



**Lavoro della forza d'attrito**

Poichè la forza si oppone sempre al moto del corpo:

- a) Il lavoro è sempre negativo
- b) Il lavoro della forza d'attrito dipende dal percorso seguito



**Forza dissipativa**

**Esempio:**

Quanto vale il lavoro compiuto dalla forza centripeta  $\vec{F}_c$  ?

[R. e` nullo]

Quanto vale il lavoro compiuto dalle forze di reazione vincolare  $\vec{R}$  ?

[R. e` nullo]

# Principio di conservazione dell'energia meccanica

In assenza di forze di attrito, l'energia meccanica totale  $E_T$  di un sistema si conserva

$$E_T = E_k + E_p = \text{costante}$$

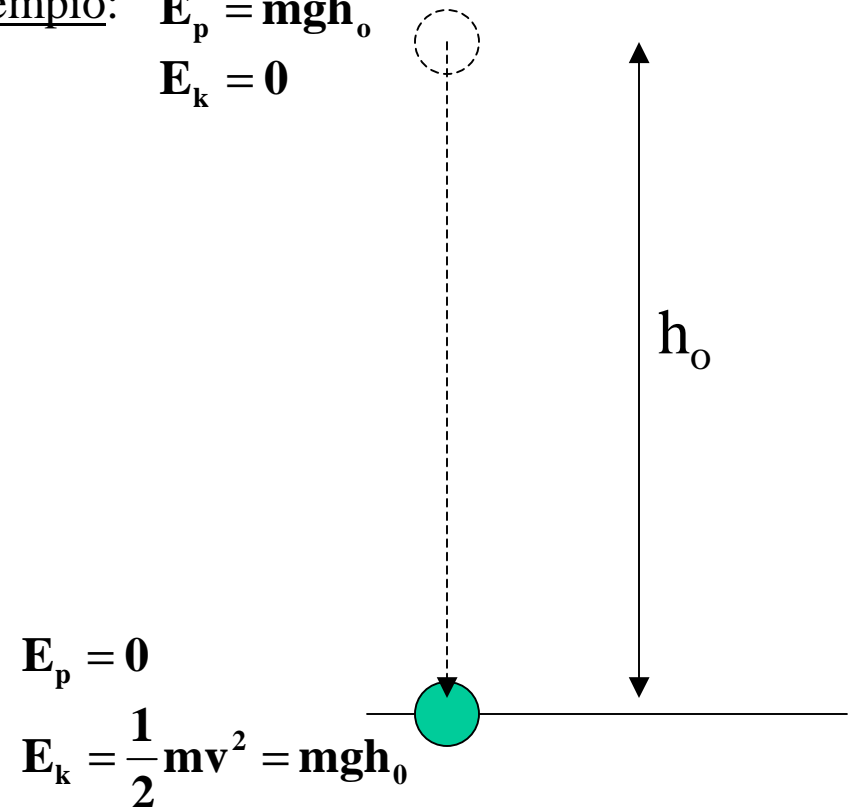
o anche

$$\Delta E_T = \Delta E_k + \Delta E_p = 0$$

ovvero

$$\Delta E_k = -\Delta E_p$$

Esempio:  $E_p = mgh_0$   
 $E_k = 0$

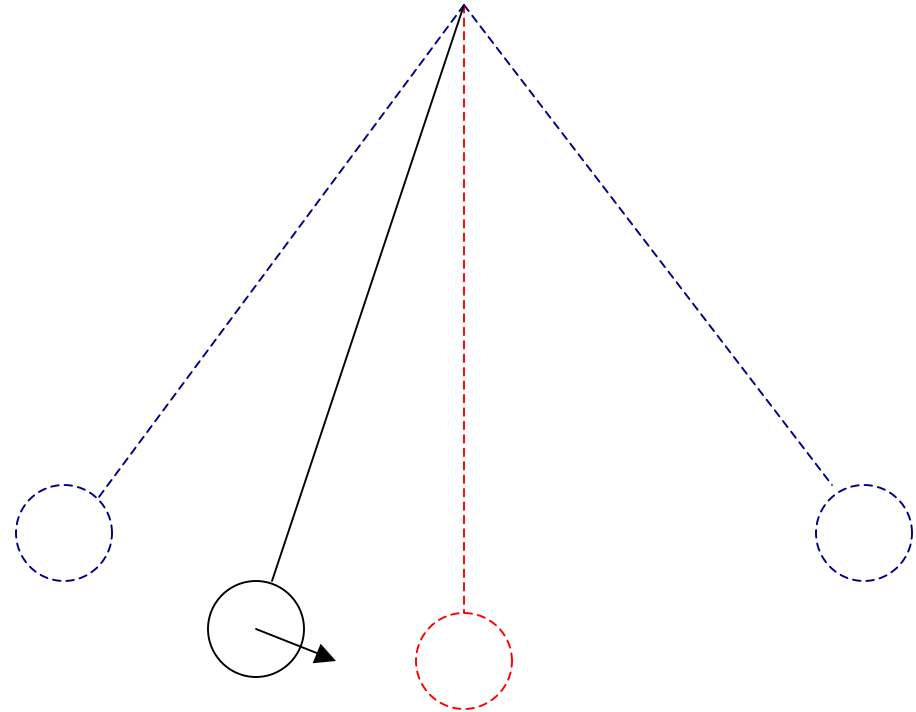


## Esempio:

Dimostrare che tutti gli oggetti hanno la medesima velocità di caduta.

Il pendolo è un esempio di sistema in cui vi è una continua trasformazione di energia meccanica da potenziale a cinetica e viceversa.

L'energia meccanica totale si conserva



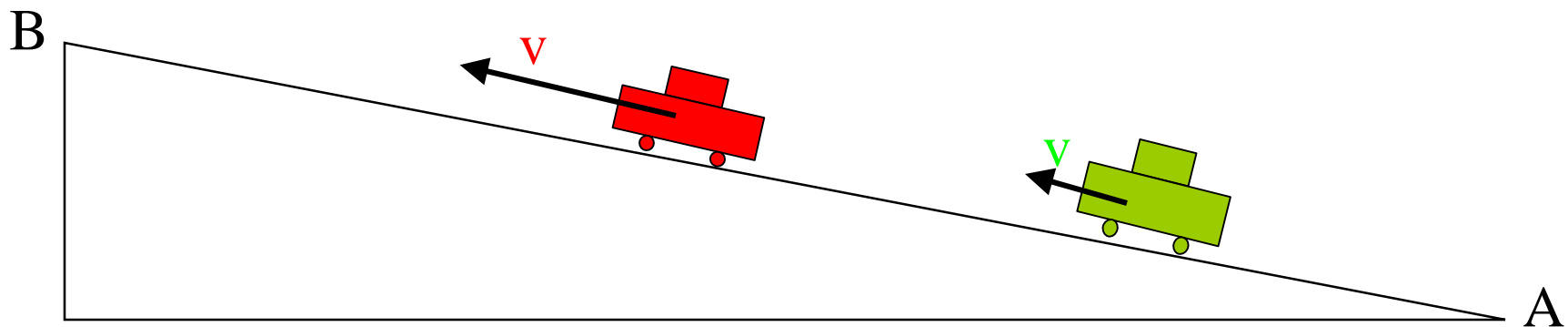
# Potenza meccanica

Rappresenta il lavoro compiuto da una forza nell'unità di tempo:

$$W = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

unità di misura (S.I.): **1 Watt (W) = 1 J/s**

Esempio: quale auto è più "potente" ?



**Esempio:**

Un alpinista di massa  $m = 50$  kg scala una montagna di altezza  $h=1000$  m in un tempo pari a 4 ore. Si calcoli la potenza meccanica sviluppata.

$$[R. \quad W = 34 \text{ W}]$$



## Rendimento $\eta$ di una macchina

Macchina: sistema che trasforma energia di vario genere in lavoro meccanico.

Nel corpo umano: **i muscoli**

energia chimica  $\Rightarrow$  lavoro meccanico

Rendimento: rapporto tra lavoro meccanico utile prodotto dalla macchina e l'energia  $E_T$  impiegata dalla macchina:

$$\eta(\%) = 100 \cdot \frac{L}{E_T}$$

In generale è sempre  $\eta < 100\%$

es. camminare in salita  $\eta \approx 30\%$

sollevare un peso  $\eta \approx 10\%$

## Campo di forze

- È una regione dello spazio ove si esplicano forze

Esempio: il campo gravitazionale ( $\vec{g}$ )

$$\vec{F} = m\vec{g} = \vec{p}$$

modulo  $|\vec{p}| = m g$   
direzione **verticale**  
verso **basso**

