

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

6–8 febbraio;       14–16 febbraio;       21–23 febbraio;       in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = |x| \frac{1 + 2 \log |x|}{\log |x|},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, limiti significativi, asintoti, insiemi di continuità e di derivabilità, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Dire se è possibile prolungare  $f$  in  $x = 0$  in modo che risulti continua/derivabile in tale punto. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2.

- a) Risolvere l'equazione

$$|z - i| = |\bar{z} + 2|,$$

e disegnarne le soluzioni nel piano complesso.

- b) Trovare le radici quarte di  $(\sqrt{3} + i)^4$  e disegnarle nel piano complesso.

3. Calcolare l'area della regione limitata del primo quadrante delimitata dagli assi coordinati, dalla retta  $x = 2\pi/3$  e dal grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{3 - \cos x + 2 \sin x}.$$

4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x + \sqrt{1 + 2x^2})^{1/\operatorname{tg} x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sinh x)^3 - \operatorname{arctg}(x^3)}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0).$$

5. Al variare dei parametri reali  $\alpha$  e  $x$ , studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} (k^2 e^{1/k^\alpha} - k^2), \quad \sum_{k=1}^{\infty} (k^2 e^{1/k^3} - k^2) (\log x)^k.$$

**Punteggi:** **1:** 9 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

6–8 febbraio;       14–16 febbraio;       21–23 febbraio;       in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

- 
1. Studiare la funzione

$$f(x) = x \frac{1 + 6 \log |x|}{\log |x|},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, limiti significativi, asintoti, insiemi di continuità e di derivabilità, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Dire se è possibile prolungare  $f$  in  $x = 0$  in modo che risulti continua/derivabile in tale punto. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2.

- a) Risolvere l'equazione

$$|z - 2| = |\bar{z} + i|,$$

e disegnarne le soluzioni nel piano complesso.

- b) Trovare le radici quarte di  $(\sqrt{3} - i)^4$  e disegnarle nel piano complesso.

- 
3. Calcolare l'area della regione limitata del primo quadrante delimitata dagli assi coordinati, dalla retta  $x = \pi/2$  e dal grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{2 + \cos x - \sin x}.$$

- 
4. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{1 + 3x} - x^2)^{1/\sin x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\arctg x)^3 - \sinh(x^3)}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0).$$

- 
5. Al variare dei parametri reali  $\alpha$  e  $x$ , studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left( k^3 - k^3 \cos \left( \frac{1}{k^\alpha} \right) \right) \quad (\alpha > 0); \quad \sum_{k=1}^{\infty} \left( k^3 - k^3 \cos \left( \frac{1}{k^2} \right) \right) (x^3 - 1)^k.$$

---

**Punteggi:** **1:** 9 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 16 punti. Valgono anche punteggi parziali.