

# Formulario di Fisica II per Scienze Chimiche - A.A 2023/24

## I. Vettori

Dato un vettore  $\vec{a}$  con componenti  $(a_x, a_y, a_z)$  in coordinate cartesiane, si definisce il modulo

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \equiv a$$

e il versore

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$$

I vettori si sommano e differenziano per componenti. Prodotto scalare e vettoriale:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \theta$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = ab \sin \theta \hat{n}$$

con  $\theta$  l'angolo compreso tra i due vettori. Il versore  $\hat{n}$  si determina con la regola della mano destra.

## II. Elettrostatica

### A. Forza di Coulomb e campo elettrico

- Forza di Coulomb esercitata da  $q_1$  su  $q_2$ :

$$\vec{F}_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r^2}$$

con versore  $\hat{r}$  che punta da  $q_1$  a  $q_2$ ;  $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ .

- Forza subita da una carica in un campo elettrico:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- Campo elettrico generato nel punto  $\vec{r}$  da un sistema di cariche fisse puntiformi:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

- Campo elettrico generato nel punto  $\vec{r}$  da una distribuzione continua di carica  $\rho(\vec{r}')$ :

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \frac{\rho(\vec{r}')}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV$$

Formule analoghe valgono per distribuzioni di carica di superficie o di linea,  $\sigma(\vec{r}')$  o  $\lambda(\vec{r}')$ .

- Casi speciali:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}}{r} \quad (\text{filo carico})$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{sgn}(z) \hat{z} \quad (\text{piano carico } \perp \hat{z})$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \text{sgn}(z) \hat{z} \quad (\text{piano conduttore carico } \perp \hat{z})$$

## B. Potenziale elettrico

- Relazione tra campo e potenziale:

$$V(\vec{r}) = - \int_P^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

- Potenziale di un sistema di cariche puntiformi, con il punto  $P$  convenzionalmente fissato all'infinito:

$$V(\vec{r}) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

- Energia potenziale di un sistema di cariche puntiformi:

$$U = \frac{1}{2} \sum_i q_i V_i$$

con  $V_i$  il potenziale generato in  $\vec{r}_i$  da tutte le cariche tranne  $q_i$ .

## C. Conduttori e condensatori

- Per un conduttore in equilibrio:

- $\vec{E} = 0$  all'interno.

- $\vec{E} = (\sigma/\epsilon_0) \hat{n}$  in prossimità della superficie.

- $V(\vec{r})$  è costante all'interno e in superficie.

- Condensatori:

$$Q = C(V_1 - V_2)$$

- Casi speciali:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad (\text{cond. piano di superficie } A)$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (\text{cond. sferico di raggi } R_1 \text{ e } R_2)$$

Se riempiti da un materiale dielettrico,  $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = \kappa\epsilon_0$ .

- Capacità in serie e parallelo:

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$
$$C_p = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

- Energia potenziale di un condensatore:

$$U = \frac{Q^2}{2C}$$

### D. Dipoli elettrici

- Potenziale di dipolo:

$$V = \frac{\vec{p} \cdot \hat{r}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

con  $\vec{p} = q\vec{d}$ .

- Energia potenziale, forza totale e momento meccanico di un dipolo in un campo elettrico esterno:

$$\begin{aligned} U &= -\vec{p} \cdot \vec{E} \\ \vec{F} &= -\vec{\nabla}U = \vec{\nabla}(\vec{p} \cdot \vec{E}) \\ \vec{M} &= \vec{p} \times \vec{E} \end{aligned}$$

### III. Circuiti elettrici

- Un generatore di tensione con f.e.m.  $\mathcal{E}$  fornisce una differenza di potenziale

$$\mathcal{E} = V_1 - V_2$$

tra il suo terminale positivo e quello negativo.

- Legge di Ohm:

$$Ri = V_1 - V_2$$

- Resistenza e resistività di un conduttore di lunghezza  $L$  e sezione  $A$ :

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

- Leggi di Kirchhoff:

$$\begin{aligned} \sum_n i_n &= 0 && \text{(nodi)} \\ \sum_n R_n i_n &= \sum_n \mathcal{E}_n && \text{(maglie)} \end{aligned}$$

- Potenza dissipata in una resistenza (effetto Joule):

$$P = Ri^2 = \mathcal{E}i = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

- Resistenze in serie e parallelo:

$$\begin{aligned} R_s &= R_1 + R_2 + \dots + R_n \\ \frac{1}{R_p} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \end{aligned}$$

### IV. Magnetostatica

#### A. Moto in un campo magnetico

- Forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Raggio di curvatura in un campo uniforme:

$$r = \frac{mv_o}{qB}$$

con  $v_o$  componente della velocità ortogonale al campo. La velocità angolare del moto è  $\omega = qB/m$ .

#### B. Campi magnetici generati da correnti

- Legge di Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

- Casi speciali:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \hat{\theta} \quad \text{(filo infinito)}$$

$$\vec{B} = \mu_0 n i \hat{z} \quad \text{(solenoido infinito)}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z} \quad \text{(spira, lungo l'asse)}$$

*Nota:* Le ultime due formule valgono se  $i$  scorre in senso anti-orario con  $\hat{z}$  uscente dal foglio.

#### C. Forze magnetiche su circuiti

- Forza su un circuito percorso da corrente:

$$\vec{F} = i \oint_C d\vec{s} \times \vec{B}$$

- Per un segmento di lunghezza  $L$  in campo uniforme:

$$\vec{F} = iL \hat{d}s \times \vec{B} = iLB \sin \theta \hat{n}$$

- Intensità della forza tra due fili rettilinei di lunghezza  $L$  posti a distanza  $d$ :

$$F = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\pi d}$$

È attrattiva se le correnti sono concordi, repulsiva altrimenti.

#### D. Momento magnetico

- Energia potenziale, forza totale e momento meccanico di un momento magnetico in un campo magnetico esterno:

$$\begin{aligned} U &= -\vec{m} \cdot \vec{B} \\ \vec{F} &= \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) \\ \vec{M} &= \vec{m} \times \vec{B} \end{aligned}$$

con  $\vec{m} = iA \hat{n}$  per una spira di area  $A$ .

## V. Induzione elettromagnetica

- Legge di Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

- Legge di Lenz: la corrente indotta da  $\mathcal{E}$  è tende a compensare il cambiamento del flusso.

- Auto-induzione

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{B}) &= Li \\ \mathcal{E} &= L \frac{di}{dt}\end{aligned}$$

- Energia di un induttore:

$$U = \frac{1}{2} Li^2$$

## VI. Onde Elettromagnetiche

- Campo elettrico di un'onda piana monocromatica:

$$E = E_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

- Campo elettrico di un'onda sferica monocromatica:

$$E = \frac{V_0}{r} \cos(kr - \omega t)$$

- Definizioni:

- Vettore d'onda:  $\vec{k}$
- Lunghezza d'onda:  $\lambda = 2\pi/k$
- Frequenza angolare:  $\omega = ck$
- Periodo:  $T = 2\pi/\omega$
- Frequenza:  $\nu = \omega/2\pi$

### A. Riflessione e rifrazione

- In un mezzo con indice di rifrazione  $n$ :

$$v = \frac{c}{n}, \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

- Legge di Snell:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Gli angoli di incidenza sono definiti rispetto alla normale.

### B. Interferenza

- Differenza di fase tra due onde sferiche in un punto  $P$  a distanza  $r_1, r_2$  dalle sorgenti:

$$\delta = k(r_2 - r_1) + (\phi_2 - \phi_1)$$

- Intensità della somma di due onde coerenti:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta.$$

- Frange di interferenza nell'esperimento di Young:

$$I(\delta) = 4I_0 \cos^2(\delta/2) \quad \text{con} \quad \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

- Posizione dei massimi (interferenza costruttiva):

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

### C. Diffrazione

- Frange di diffrazione da una fenditura di apertura  $a$ :

$$I(\delta) = I_0 \frac{\sin^2(\delta/2)}{(\delta/2)^2} \quad \text{con} \quad \delta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

- Posizione dei minimi di diffrazione:

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{a}, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

### D. Reticolo di diffrazione

- Frange di interferenza da un reticolo di diffrazione con  $N$  fenditure:

$$I(\delta) = I_0 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \quad \text{con} \quad \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

- Posizione dei massimi primari:

$$\sin \theta = \frac{n\lambda}{d}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- Potere risolutivo del reticolo:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{nN}$$

*Nota:* Tutte le formule relative a diffrazione ed interferenza valgono per uno schermo ad una distanza  $L$  molto maggiore di  $d, a$ . Si può anche scrivere  $\sin \theta \approx x/L$  con  $x$  la coordinata lungo lo schermo.

## VII. Costanti fondamentali

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} \quad [\text{o H/m o N/A}^2]$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1} \cdot \text{C}^2 \cdot \text{m}^{-2}$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg} \approx 1836 \times m_e$$

$$g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$