Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 18–21 gennaio; ◯ 24–28 gennaio; ◯ 31 gennaio–3 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt[5]{x}}{1-\sqrt[5]{x}}\right),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Dire per quali valori $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $\dfrac{\alpha+3i}{1-\alpha i} \in \mathbb{R}$.

b) Per ogni $\beta \in \mathbb{R}$, risolvere nei complessi l'equazione $(\overline{z})^3|z|^3 = \beta i$.

---

3. Calcolare

$$\int x^3 \log(x^8+5x^4+6)\,dx\,.$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo, per $x \to 0^+$, delle seguenti funzioni:

$$f(x) = x - \log(1+\operatorname{tg}(x^3))\,, \qquad g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\log(1+\operatorname{tg}(x^3))}\,, \qquad h(x) = x^3 - \log(1+\operatorname{tg}(x^3))\,.$$

---

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^n - 1\right), \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\left(\frac{2n^2+3}{2n^2+1}\right)^n - 1\right)\Big(2+\operatorname{tg} x\Big)^n \quad (x \in \mathbb{R})\,.$$

Punteggi: 1: 9 punti; **2:** 6 punti; **3:** 6 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 18–21 gennaio; ◯ 24–28 gennaio; ◯ 31 gennaio–3 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-2}\right) ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Dire per quali valori $\alpha \in \mathbb{R}$ si ha $\dfrac{\alpha+4i}{1+\alpha i} \in \mathbb{R}$.

b) Per ogni $\beta \in \mathbb{R}$, risolvere nei complessi l'equazione $(\overline{z})^4|z|^2 = \beta$.

---

3. Calcolare

$$\int x^2 \log(x^6+4x^3+3)\, dx .$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo, per $x \to 0^+$, delle seguenti funzioni:

$$f(x) = x^2 + \operatorname{tg}(\log(1-x)), \qquad g(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\operatorname{tg}(\log(1-x))}, \qquad h(x) = x^2 + \operatorname{tg}(\log(1-x^2)) .$$

---

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\left(\frac{2n^3+1}{2n^3+3}\right)^n - 1\right), \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\left(\frac{2n^3+1}{2n^3+3}\right)^n - 1\right)\frac{1}{(3\sin x)^n} \quad (x \in \mathbb{R}) .$$

Punteggi: 1: 9 punti; **2:** 6 punti; **3:** 6 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.