

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

8–10 febbraio;       14–17 febbraio;       21–24 febbraio;       in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 + \frac{3}{x}}$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, limiti significativi, asintoti, insiemi di continuità e di derivabilità, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. Trovare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^4 = 16(2 - z)^4.$$

3. Calcolare l'area della regione del primo quadrante del piano cartesiano che si trova al di sotto del grafico di  $f(x) = x \operatorname{arctg} \sqrt{4 - x^2}$ .

4. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \sin(x^2)}{x^4}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \left( \frac{\alpha x + 2}{x} \right)^{x^2} + x^4 \right) e^{-2x} \quad (\alpha > 0).$$

5. a) Trovare l'ordine di infinitesimo, per  $x \rightarrow 1$ , di

$$f(x) = \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4};$$

- b) al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , studiare la convergenza (semplice/assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha n^2 + 3n}{n^2 + 1} \right) - \frac{\pi}{4} \right).$$

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

8–10 febbraio;       14–17 febbraio;       21–24 febbraio;       in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito solo l'uso di uno dei libri di testo consigliati.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - \frac{3}{x}}$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, limiti significativi, asintoti, insiemi di continuità e di derivabilità, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. Trovare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$16z^4 = (2 - z)^4.$$

3. Calcolare l'area della regione del primo quadrante del piano cartesiano che si trova al di sotto del grafico di  $f(x) = x \operatorname{arctg} \sqrt{9 - x^2}$ .

4. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg}(x^2)}{x^4}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \left( \frac{\alpha x + 1}{x} \right)^{x^2} - x^3 \right) e^{-x} \quad (\alpha > 0).$$

5. a) Trovare l'ordine di infinitesimo, per  $x \rightarrow 1$ , di

$$f(x) = 4 \operatorname{arctg} x - \pi;$$

- b) al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , studiare la convergenza (semplice/assoluta) della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( 4 \operatorname{arctg} \left( \frac{\alpha n^2 + 2n}{n^2 + 1} \right) - \pi \right).$$

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 6 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.