

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

9-11 febbraio;

16-18 febbraio;

in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = x + \log\left(\frac{6-x}{|x|}\right),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. a) Trovare le radici quarte di  $\frac{4 - 4i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}$ , e disegnarle nel piano complesso.

- b) Trovare tutti i numeri  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $\frac{2+z}{2-z}$  sia immaginario puro, e disegnarli nel piano complesso.

3. Calcolare l'area della regione (illimitata) del primo quadrante del piano cartesiano compresa tra gli assi cartesiani e il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + 4e^x}.$$

4. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 + \sqrt{n})^{-\frac{1}{\log n}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 2}{\cos x - 1}.$$

5. a) Trovare lo sviluppo di Maclaurin del terzo ordine di  $f(x) = \log(2 - e^x) + \operatorname{arctg} x$ .

- b) Studiare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} n \left( \log(2 - e^{1/n}) + \operatorname{arctg} \frac{1}{n} + \frac{\alpha}{n^2} \right).$$

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome ..... N. matricola .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

9-11 febbraio;

16-18 febbraio;

in un appello successivo.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{|x|}{8+x}\right) + x,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ .

2. a) Trovare le radici quarte di  $\frac{4\sqrt{3} + 4i}{\sqrt{3} - i}$ , e disegnarle nel piano complesso.

- b) Trovare tutti i numeri  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $\frac{3-z}{3+z}$  sia immaginario puro, e disegnarli nel piano complesso.

3. Calcolare l'area della regione (illimitata) del primo quadrante del piano cartesiano compresa tra gli assi cartesiani e il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{1}{3 + 2e^x}.$$

4. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n + \sqrt{n})^{\frac{1}{\log n}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} - 4}{\arctg(x^2)}.$$

5. a) Trovare lo sviluppo di Maclaurin del terzo ordine di  $f(x) = \arctg x - \log(1 + \sin x)$ .

- b) Studiare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \arctg \frac{1}{\sqrt{n}} - \log \left( 1 + \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \right) - \frac{\alpha}{n} \right].$$

**Punteggi:** **1:** 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 6 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.