

Studiare la derivabilità delle seguenti funzioni:

$$1) f(x) = \frac{e^{|x+1|}}{e^x - 1}$$

$$2) f(x) = \frac{\cos(\sqrt{x} + 1)}{x + 1}$$

$$3) \left(|x^2 - 1| (e^{x-1} - 1) \right)^{2/3}$$

Mostrare che le seguenti funzioni sono strettamente monotone, quindi invertibili, nel loro dominio naturale. Calcolare, se esiste, la derivata della funzione inversa nei punti indicati:

$$1) f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x-1}}, \quad y = \frac{1}{3}$$

$$2) f(x) = \sin \frac{x}{|x|+1} + 2x, \quad y=0, \quad y = 1 + \sin \frac{1}{3};$$

$$3) f(x) = \sqrt{-x} - \sqrt[3]{x}, \quad y=0, \quad y=2$$

Determinare i punti di estremo assoluto delle seguenti funzioni nell'intervallo I indicati:

$$1) f(x) = |1 - x^2| + x, \quad I = [-2, 2]$$

$$2) f(x) = \log(x^2 + |3x + 5|), \quad I = [-2, 2]$$

$$3) f(x) = \arccos(x^2 - 2x^4) \quad I = \text{dom } f$$

$$4) f(x) = |x - a|e^{-x}, \quad I = [a - 1, a + 2], \quad a \in \mathbb{R}$$