Come sempre, si ricorda di fare **prima** esercizi dai testi consigliati.

1 Proprietà differenziali di funzioni di più variabili

Calcolare tutte le derivate direzionali delle seguenti funzioni nei punti indicati:

1.1 $f(x,y) = \sqrt{x^2y+5}, \qquad P = (0,1)$

1.2 $f(x,y) = \sqrt{x^2y+5}, \qquad P = (2,1)$

1.3 $f(x,y) = \operatorname{sen}(xy), \qquad P = (\pi, \frac{1}{3})$

Stabilire se le seguenti funzioni sono differenziabili e calcolare, qualora esistano, le derivate direzionali:

1.4 (∗)

$$f(x,y) = \begin{cases} \Big|\, |x| + |y| \,\Big| e^{-\frac{1}{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$$

1.5 $f(x,y) = \begin{cases} \left(\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}\right)^2 & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$

1.6 $f(x,y) = |x|e^y$

1.7 $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0); \end{cases}$

1.8 $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0); \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Calcolare le derivate parziali (o dimostrare la loro non esistenza) per le seguenti funzioni:

1.9 $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$

1.10 $f(x,y) = |xy|$

1.11 $f(x,y) = |x-y|\,(x+y)$

2 Risposte ad alcuni esercizi

1.1: 0; **1.2:** $\dfrac{2}{3}(v_1+v_2)$; **1.3:** $\dfrac{v_1+\pi v_2}{6}$; **1.5:** nell'origine non è differenziabile (non è neanche continua); nell'origine le derivate direzionali sono tutte nulle; **1.6:** f non è differenziabile nei punti dell'asse y; in tali punti non esiste nessuna derivata direzionale, eccetto la derivata parziale rispetto alla y, che vale 0;