

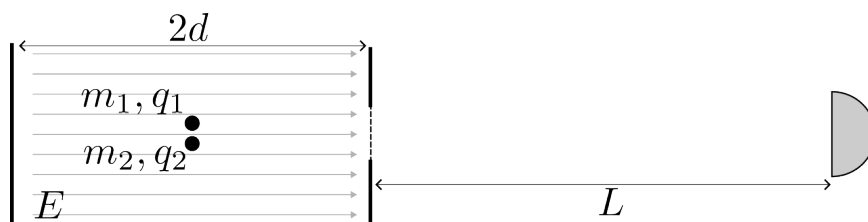
Prova scritta di Fisica II - Secondo e Terzo Canale - 14 Giugno 2023

Nome _____ Cognome _____

Matricola _____ Orale in questo appello Ritirato/a

Nota Bene: Il formulario vuole essere un supporto qualora non ricordiate alcune formule e non abbiate tempo per ricavarle. Tenete presente che il solo scrivere la formula giusta trovata nel formulario per rispondere ad una domanda **non** porta ad avere alcun punteggio in quella domanda. Si ricorda anche che tutte le risposte vanno correttamente motivate, la sola risposta numerica non è sufficiente per avere punti relativi alla domanda in questione.

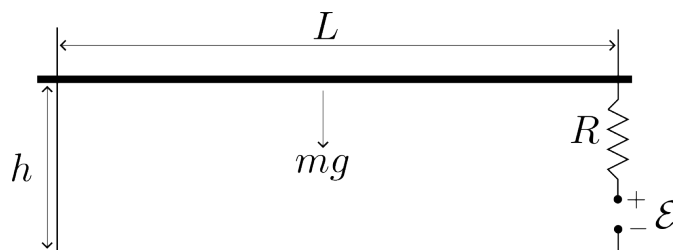
Primo Esercizio



Due particelle, la prima con massa $m_1 = 10^{-15}$ Kg e carica $q_1 = 10^{-9}$ C e la seconda con $m_2 = m_1$ e $q_2 = 2 \times 10^{-9}$ C, si trovano inizialmente in quiete al centro di un condensatore piano le cui armature distano $2d = 2$ cm. Al tempo $t = 0$ viene acceso un campo elettrico di intensità $E = 100$ V / m. Le particelle così accelerate possono uscire dal condensatore attraverso un foro nell'armatura di destra, fino ad arrivare ad un rivelatore ad una distanza $L = 0.1$ m dal punto di uscita. Con ottima approssimazione si possono trascurare effetti di bordo del campo elettrostatico, e si può assumere che il campo elettrico al di fuori delle armature sia nullo.

1. Determinare le velocità v_1 e v_2 con cui le due particelle escono dal condensatore. [6 punti]
2. Determinare i tempi di arrivo t_1 e t_2 delle due particelle al rivelatore. [6 punti]
3. Supponiamo che al tempo $t = 0$ venga acceso, insieme al campo elettrico E , anche un campo magnetico uniforme B , uscente dal foglio. Esiste un valore di B tale che le particelle non si mettono in moto, ma rimangono in quiete? Motivare la risposta. [4 punti]

Secondo Esercizio



Una spira rettangolare include una barretta mobile di massa $m = 0.1 \text{ g}$ e lunghezza $L = 1 \text{ cm}$, soggetta alla forza peso. La spira è collegata ad un generatore con forza elettromotrice \mathcal{E} , ed ha resistenza totale $R = 10 \Omega$. Il valore di \mathcal{E} è tale da mantenere la barretta **in equilibrio** ad un'altezza $h = 1 \text{ mm}$. (**Nota Bene:** $h \ll L$).

1. Determinare il verso della forza magnetica totale agente sul segmento mobile della spira, e l'espressione della sua intensità in funzione di \mathcal{E} . **[6 punti]**
2. Determinare il valore di \mathcal{E} e la potenza erogata dal generatore per mantenere la barretta in equilibrio. **[6 punti]**
3. Che cosa avviene se cambiamo il segno al valore di \mathcal{E} , ad esempio invertendo i terminali del generatore? Motivare la risposta. **[4 punti]**

Soluzione del primo esercizio

1. La differenza di potenziale tra le due armature del condensatore è pari a:

$$\Delta V = 2dE = 2V$$

ed è uniformemente distribuita lungo la distanza $2d$ tra le due armature. Dunque la differenza di potenziale tra il centro del condensatore, dove si trovano le particelle inizialmente in quiete, e l'armatura di destra è pari a $\Delta V/2$. Per calcolare la velocità di uscita uguagliamo l'energia potenziale $q\Delta V/2$ all'energia cinetica $\frac{1}{2}mv^2$. Per le due particelle otteniamo rispettivamente:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2dq_1E}{m_1}} = 1.4 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2dq_2E}{m_2}} = 2 \times 10^3 \text{ m/s.}$$

2. Il moto delle due particelle cariche è uniformemente accelerato all'interno del condensatore e uniforme al di fuori. All'interno del condensatore, l'accelerazione è data dalla forza di Coulomb: dunque $a_1 = q_1E/m_1$ e $a_2 = q_2E/m_2$. I tempi di uscita dal condensatore sono:

$$t'_1 = \frac{v_1}{a_1} = \sqrt{\frac{2dm_1}{q_1E}} = 1.4 \times 10^{-5} \text{ s}$$

$$t'_2 = \frac{v_2}{a_2} = \sqrt{\frac{2dm_2}{q_2E}} = 10^{-5} \text{ s.}$$

A questi va aggiunto il tempo di percorrere una distanza L con velocità uniforme. Dunque:

$$t_1 = t'_1 + \frac{L}{v_1} = 8.5 \times 10^{-5} \text{ s,}$$

$$t_2 = t'_2 + \frac{L}{v_2} = 6.0 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

3. No, un tale valore di B non esiste. Nel momento in cui i campi vengono accesi, le particelle subiscono una forza per unità di carica pari a $(\vec{v} \times \vec{B}) + \vec{E}$. Tuttavia, la velocità delle due particelle è inizialmente nulla e per questo, inizialmente, la forza di Lorentz è nulla, indipendentemente dalla direzione e dal modulo di \vec{B} . Dunque la forza di Coulomb imprime un'accelerazione iniziale alle particelle e solo in un secondo istante, quando le particelle non sono più in quiete ma hanno acquistato una velocità, entra in gioco la forza di Lorentz.

Soluzione del secondo esercizio

1. La forza elettromotrice genera una corrente $i = \mathcal{E}/R$ che scorre in senso anti-orario. Il passaggio di una corrente genera una forza magnetica repulsiva tra la barretta mobile e il segmento più in basso della spira. Dato che $h \ll L$, la situazione è analoga a quella di due fili rettilinei paralleli infiniti, percorsi da una corrente uguale ed opposta, e situati ad una distanza h : dunque la forza ha un'intensità

$$F = \frac{\mu_0 i^2 L}{2\pi h} = \frac{\mu_0 \mathcal{E}^2 L}{2\pi h R^2}$$

e punta verso l'altro, opponendosi alla forza peso. Gli altri segmenti della spira non inducono alcuna forza sulla barretta poiché sono ortogonali ad essa.

2. In condizioni di equilibrio abbiamo, bilanciando la forza magnetica e quella peso

$$mg = \frac{\mu_0 \mathcal{E}^2 L}{2\pi h R^2}$$

Da qui ricaviamo la forza elettromotrice:

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{2\pi h R^2 mg}{\mu_0 L}} = 221 \text{ V}.$$

La potenza erogata dal generatore in condizioni di equilibrio è dunque pari a

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{2\pi h R mg}{\mu_0 L} = 4900 \text{ W}.$$

3. Il sistema rimane in equilibrio: il segno di \mathcal{E} non conta. Lo possiamo vedere in due modi: a livello matematico, è il quadrato di \mathcal{E} che entra nella condizione di equilibrio, e avremmo potuto ugualmente scegliere la radice negativa al punto precedente. A livello fisico, cambiare il segno di \mathcal{E} vuol dire che la corrente ora scorre in senso orario, ma questo non cambia il fatto che la forza magnetica tra i due segmenti rettilinei rimane repulsiva.