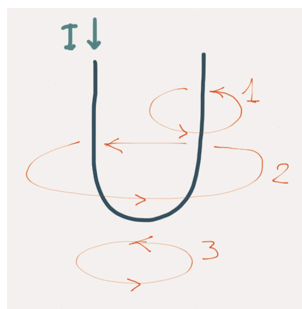
Corso di Laurea in Biotecnologie Agro–Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2013-14 - **16 settembre 2014**

(1) Un pallone è lanciato verso l'alto con la velocità di 9.8 m/s. Quale altezza può raggiungere? Quanto tempo impiega a raggiungere il punto piú alto? Si trascurino gli effetti delle forze d'attrito.

(2) Una ragazza che fa jogging, a un certo punto del percorso ha compiuto un lavoro $L = 5.7 \times 10^4$ J e ha perso 7 648 calorie. Di quanto è cambiata la sua energia interna?

(3) Un filo a forma di U percorso da una corrente di 5.7 A. Quanto vale la circuitazione del campo magnetico lungo le circonferenze indicate in figura?



Soluzione

(1) Quando il pallone è lanciato verso l'alto possiede un'energia cinetica pari a $K_i = \frac{1}{2}mv^2$, dove m è la sua massa e v la velocità. Se prendiamo come punto di riferimento per l'energia potenziale quello in cui il pallone si trova inizialmente, la sua energia potenziale U_i è nulla e quindi l'energia totale nello stato iniziale è $E_i = K_i$.

Nello stato finale, quando cioè ha raggiunto la quota massima h, la sua energia cinetica è nulla, perché in quel punto il pallone ha velocità nulla, mentre la sua energia potenziale vale $U_f = mgh$, dove g è l'accelerazione di gravità.

Dal momento che l'energia meccanica si conserva, perché possiamo trascurare le forze d'attrito, abbiamo che

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

da cui si ricava che

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{9.8^2}{2 \times 9.8} = \frac{9.8}{2} = 4.9\,\mathrm{m}\,.$$

Per trovare il tempo impiegato a raggiungere la quota massima basta imporre che la velocità raggiunta all'istante t cercato sia nulla:

$$v(t) = v - gt = 0$$

da cui si ricava che

$$t = \frac{v}{g} = \frac{9.8}{9.8} = 1\,\mathrm{s}\,.$$

In alternativa si può usare la legge oraria del moto, che è

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 + vt\,.$$

Questo approccio è sconsigliabile perché richiede molti piú calcoli dal momento che l'equazione che ne risulta è un'equazione di secondo grado, che possiamo scrivere nella forma usuale ordinando i termini in t (e moltiplicando per 2 per comodità):

$$-gt^2 + 2vt - 2h = 0\,.$$

La soluzione dell'equazione scritta è

$$t = \frac{v \pm \sqrt{v^2 - 2gh}}{g}\,.$$

Tenendo conto che il valore numerico di v è lo stesso di g possiamo definire $C = v$ e, osservando che $h = C/2$, riscrivere la soluzione come

$$t = \frac{C \pm \sqrt{C^2 - C^2}}{C}\,.$$

Il discriminante dell'equazione è nullo quindi le due soluzioni coincidono e valgono $t = 1$ s. Notate che ci sono sempre due soluzioni perché la stessa quota è raggiunta dal pallone in due istanti diversi (uno in salita e uno in discesa). La curva che descrive la quota raggiunta in funzione del tempo è una parabola e il tempo al quale si raggiunge una determinata quota si trova cercando le intersezioni della parabola con una retta parallela all'asse delle ascisse. Nel vertice della parabola questi punti coincidono.

(2) Secondo il primo principio della termodinamica la variazione di energia interna di un sistema termodinamico U è la somma algebrica di lavoro L e calore Q scambiati con l'ambiente:

$$U = Q - L\,.$$

I segni relativi si ricordano facilmente se si considera che fornendo calore al sistema la sua energia deve aumentare, mentre se il sistema fa lavoro la sua energia interna diminuisce.

In questo caso la ragazza perde calore, quindi $Q < 0$. Occorre prestare attenzione al fatto che calore e lavoro devono essere espressi nelle stesse unità. Sapendo che

$$1\,\mathrm{cal} = 4.187\,\mathrm{J}$$

possiamo scrivere che

$$Q = -7\,648\,\mathrm{cal} = -7\,648 \times 4.187\,\mathrm{J} \simeq -3.2 \times 10^4\,\mathrm{J}\,.$$

La variazione di energia interna della ragazza dunque è

$$U = -3.2 \times 10^4 - 5.7 \times 10^4 = -8.6 \times 10^4\,\mathrm{J}$$

corrispondenti a circa 20 500 cal. Il segno meno indica che l'energia interna della ragazza è diminuita in seguito alla corsa.

(3) La circuitazione di un campo magnetico è l'integrale di linea del campo lungo la linea chiusa su cui s'intende calcolarla. Ma grazie al teorema di Ampere non è affatto necessario eseguire un complesso calcolo integrale per ottenerne il valore. Il teorema, infatti, afferma che la circuitazione di un campo magnetico lungo una linea chiusa è sempre uguale, qualunque sia il percorso scelto, alla somma algebrica delle correnti che attraversano la superficie delimitata dalla linea moltiplicata per la costante μ_0.

Quindi, lungo la linea 1 la circuitazione è semplicemente $C_1 = \mu_0 I = 4\pi \times 10^{-7} \times 5.7 \simeq 7.2\,\mu T\,m$. Lungo la linea 2 invece la circuitazione è nulla ($C_2 = 0$) perché attraverso la superficie delimitata dalla circa 2 passa la corrente I in un verso in un punto e nel verso opposto nell'altro: quindi complessivamente la corrente che passa attraverso la superficie è nulla. Per quanto riguarda la circa 3, invece, la circuitazione è nulla perché attraverso la superficie delimitata dalla curva non passa alcuna corrente.