

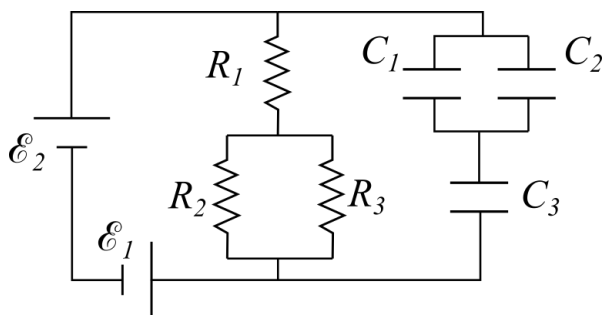
## Prova scritta di Fisica II - Secondo e Terzo Canale - 30 Gennaio 2023

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Canale \_\_\_\_\_

Matricola \_\_\_\_\_ Orale in questo appello  Ritirato/a

**Nota Bene:** Il formulario vuole essere un supporto qualora non ricordiate alcune formule e non abbiate tempo per ricavarle. Tenete presente che il solo scrivere la formula giusta trovata nel formulario per rispondere ad una domanda **non** porta ad avere alcun punteggio in quella domanda. Si ricorda anche che tutte le risposte vanno correttamente motivate, la sola risposta numerica non è sufficiente per avere punti relativi alla domanda in questione.

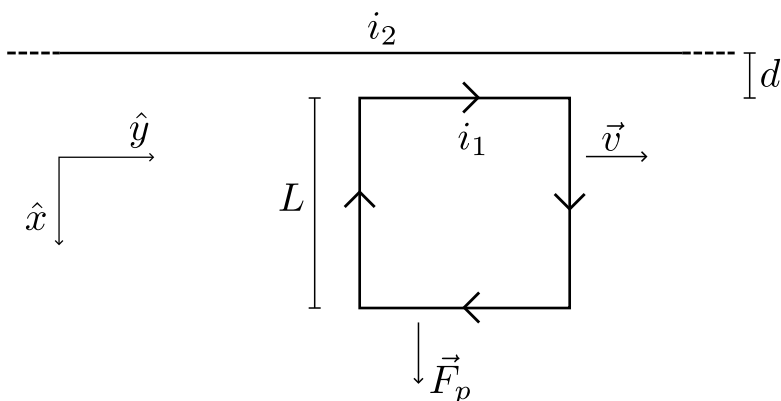
### Primo Esercizio



Il circuito in figura è formato da due generatori di tensione ( $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$  e  $\mathcal{E}_2 = 20 \text{ V}$ ), tre resistenze ( $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 2R_1$ ) e tre condensatori ( $C_1 = 3 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 7 \text{ nF}$ ,  $C_3 = 10 \text{ nF}$ ).

1. Determinare il circuito equivalente (ovvero composto da un generatore, una resistenza ed un condensatore, opportunamente collegati), calcolando espressamente i valori associati agli elementi circuitali equivalenti (**5 punti**).
2. Calcolare verso e intensità della corrente che scorre nel circuito, e la quantità di carica totale immagazzinata nei condensatori (**6 punti**).
3. Calcolare l'energia elettrostatica immagazzinata da  $C_3$  (**5 punti**).

## Secondo Esercizio



Una spira quadrata di lato  $L = 10$  cm e massa  $M = 10 \mu\text{g}$ , soggetta alla forza peso, è percorsa in senso orario da una corrente di intensità  $i_1 = 1$  A. La spira è posizionata sotto ad un filo rettilineo percorso da una corrente  $i_2$ .

1. Determinare verso e intensità della corrente  $i_2$  tale da mantenere la spira sospesa in equilibrio ad una distanza  $d = 1$  mm dal filo (**7 punti**).
2. Supponiamo che il lato della spira raddoppi in lunghezza (sia lungo  $\hat{x}$  che lungo  $\hat{y}$ ), ma che sia  $i_1$  che  $i_2$  che  $M$  rimangano invariate. Determinare la nuova distanza  $d'$  tra filo e spira tale che la spira si trovi in equilibrio (**5 punti**).
3. Una forza esterna mette in moto la spira di lato  $L$  nella direzione parallela al filo, con velocità  $v = 1$  cm/s, così come indicato in figura. Determinare la forza elettromotrice indotta nella spira (**4 punti**).

*Note:* In figura,  $\vec{F}_p$  denota la forza peso. Il filo in cui scorre  $i_2$  può essere considerato di lunghezza infinita, ed è immobile. La velocità  $\vec{v}$  della spira va considerata solamente nel terzo punto dell'esercizio.

### Soluzione del primo esercizio

1. Il circuito equivalente è composto da un generatore  $\mathcal{E}_{\text{eq}}$ , una resistenza  $R_{\text{eq}}$  e un condensatore  $C_{\text{eq}}$ . Si noti che i terminali dei due generatori di tensione sono orientati in senso opposto. Dunque si ha  $\mathcal{E}_{\text{eq}} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$ . Poiché  $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_{\text{eq}}$  è orientata come  $\mathcal{E}_2$  e quindi fa scorrere la corrente in senso orario.

La resistenza equivalente è data dalla serie di  $R_1$  con il parallelo di  $R_2$  ed  $R_3$ , quindi

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 20 \Omega.$$

Il condensatore è dato dalla serie di  $C_3$  con il parallelo di  $C_1$  e  $C_2$ , quindi

$$C_{\text{eq}} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 5 \text{ nF}.$$

2. L'intensità della corrente è data dalla legge di Ohm:

$$i_{\text{eq}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}}} = 0.5 \text{ A}.$$

La quantità di carica immagazzinata è legata alla capacità equivalente tramite la relazione

$$q_{\text{eq}} = C_{\text{eq}} \mathcal{E}_{\text{eq}} = 5 \times 10^{-8} \text{ C}.$$

3. L'energia di un condensatore è, in generale,  $U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ . Nel caso di  $C_3$  si ha  $q_3 = q_{\text{eq}}$  (perché condensatori in serie hanno la stessa carica), quindi

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q_{\text{eq}}^2}{C_3} = 1.25 \times 10^{-7} \text{ J}$$

### Soluzione del secondo esercizio

1. Affinchè il sistema possa essere in equilibrio, la forza magnetica esercitata dal filo sulla spira deve essere attrattiva. Questo è possibile solo se la corrente  $i_2$  è concorde alla direzione di  $i_1$  nel segmento della spira più vicino al filo. Dunque la corrente  $i_2$  deve scorrere verso destra, ovvero nella direzione  $\hat{y}$ .

In condizioni di equilibrio, dobbiamo bilanciare la forza peso e la forza magnetica esercitata dal filo rettilineo sulla spira. L'intensità di quest'ultima è data dalla somma delle due forze agenti sui due segmenti orizzontali della spira. Applicando la formula nota della forza tra due segmenti rettilinei e paralleli percorsi da corrente, abbiamo:

$$F_m = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \left( \frac{L}{d} - \frac{L}{d+L} \right) = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{L^2}{d(d+L)}$$

Le due componenti hanno segno opposto poichè la corrente scorre in senso opposto nei due segmenti. Dalla condizione  $F_m = Mg$  possiamo ricavare l'unica incognita, ovvero  $i_2$ :

$$i_2 = \frac{2\pi Mg}{\mu_0 i_1} \frac{d(d+L)}{L^2} \approx 4.95 \cdot 10^{-3} \text{ A}.$$

2. Poichè la forza peso rimane invariata, dobbiamo richiedere che la forza magnetica subita dalla spira di lunghezza  $2L$  rimanga la stessa di quella subita dalla spira di lunghezza  $L$ . Sia  $d'$  la distanza d'equilibrio per la spira di lato  $2L$ . Dunque vogliamo che:

$$\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{4L^2}{d'(d'+2L)} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{L^2}{d(d+L)} \quad \Rightarrow \quad \frac{4L^2}{d'(d'+2L)} = \frac{L^2}{d(d+L)} \quad \Rightarrow \quad d' = 2d = 2 \text{ mm}.$$

L'ultimo passaggio può essere verificato per sostituzione. Il risultato è intuitivo: raddoppiando la lunghezza dei segmenti orizzontali della spira, dobbiamo raddoppiare la distanza tra spira e filo per mantenere il sistema in equilibrio.

3. Se la spira si muove parallelamente al filo, il flusso del campo magnetico generato da  $i_2$  rimane costante, poichè tale campo magnetico dipende solamente dalla distanza dal filo e non dalla coordinata lungo il filo. Dunque, per la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è zero.

*Nota.* Nel primo e nel secondo punto è una buona approssimazione trascurare la forza repulsiva dovuta al segmento più lontano della spira. Se usata correttamente, tale approssimazione porta a risultati numerici essenzialmente identici per entrambi i punti. Per poter essere ammessa in pieno come risposta, però, l'approssimazione andava esplicitamente menzionata.