Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 12–14 febbraio; ◯ 17–18 febbraio; ◯ 19–21 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x}\,\ln(x^4)\ ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. Calcolare l'area della regione piana

$$\left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ :\ -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\,,\quad 0 \le y \le -\sqrt{3}\ \mathrm{tg}\,x - \mathrm{tg}^2\,x\right\}.$$

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso

$$i\mathrm{Re}(z^2) - \mathrm{Im}\big(\overline{z}\,(1+2i)\big) + 3i = 0\ ,\qquad w^3 - 1 \in \mathbb{R}\ .$$

---

4. Al variare di $\alpha, \beta > 0$, calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, della funzione

$$f(x) = \sqrt{9 + x^2 + x^\alpha} - 3\,,\qquad g(x) = \sqrt{9 + x^2 + x^\alpha} - 3 - \beta x^2\,.$$

---

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}\Big(1 - \frac{2}{n}\Big)^{1+n^2}\,,\qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{xn}}{n}\Big(1 - \frac{2}{n}\Big)^{1+n^2}\quad (x \in \mathbb{R})\,.$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 6 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 12–14 febbraio; ◯ 17–18 febbraio; ◯ 19–21 febbraio; ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[5]{x}\,\ln(x^2)\ ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e/o periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. Calcolare l'area della regione piana

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\ :\ -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\,,\quad 0\le y\le \operatorname{tg}x-\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 x\right\}.$$

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso

$$\operatorname{Im}\big(\overline{z}\,(2+i)\big)-i\operatorname{Re}(z^2)+3i=0\ ,\qquad w^3+1\in\mathbb{R}\ .$$

---

4. Al variare di $\alpha,\beta>0$, calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x\to 0^+$, della funzione

$$f(x)=\sqrt{4+x^\alpha+x^3}-2\,,\qquad g(x)=\sqrt{4+x^\alpha+x^3}-2-\beta x^3\,.$$

---

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n}\Big(1+\frac{3}{n}\Big)^{1-n^2}\,,\qquad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2^{xn}}{n}\Big(1+\frac{3}{n}\Big)^{1-n^2}\quad (x\in\mathbb{R})\,.$$

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 6 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.