

CALCOLO NUMERICO
(C.L. Ingegneria Meccanica - AA 2013-14)

Proff. F. Pitolli, F. Battista

Soluzione numerica di problemi differenziali: quesiti ed esercizi

1. Il problema differenziale

$$y'(x) = \sin(x - y(x)) \quad x > 0$$

è un problema di Cauchy? Giustificare la risposta.

2. Come va completato il problema precedente affinché diventi un problema di Cauchy?
3. Come sono definiti l'errore locale e l'errore globale di troncamento?
4. Spiegare i concetti di consistenza, stabilità e convergenza.
5. Enunciare il teorema di Lax.
6. Verificare se il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \pi y = \sin(\pi t + y) & t > -1 \\ y(-1) = \pi \end{cases}$$

ammette un'unica soluzione nell'intervallo $[-1, 2]$.

7. Il problema di Cauchy dato al punto precedente è ben posto?
8. Trasformare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - (y')^2 + y + (\cos(x))^2 = 0, & x > 0, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \end{cases}$$

in un sistema di equazioni differenziali del primo ordine.

ESERCIZIO 1

Si consideri il problema differenziale

$$\begin{cases} y' + 2y^2 = \frac{1}{1+x^2} & x \in (0, 1] \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

la cui soluzione esatta è $y(x) = x/(1+x^2)$.

- 1.1)** Approssimare $y(0.5)$ con il metodo di Eulero e con il metodo di Eulero modificato con passo $h = 0.5$. Arrestare le iterazioni del corrector quando la differenza tra due approssimazioni successive è minore di 0.1.
- 1.2)** Calcolare e confrontare l'errore globale di troncamento delle due approssimazioni.
- 1.3)** Quale passo è necessario utilizzare affinché il metodo di Eulero dia un'approssimazione con un'accuratezza comparabile a quella ottenuta con il metodo di Eulero modificato?
- 1.4)** Quale è il passo ottimo per il metodo di Eulero?

ESERCIZIO 2

Si consideri il problema differenziale dato al punto 8. Approssimare $y(1)$ con il metodo di Heun con passo $h = 0.5$.