Esercizio 2

Dati: m=150 g, L=30 cm, $\omega = 5\ s^{-1}$, $\mu_s = 0.3$, $\mu_d = 0.2$;

1. In S$'$ si conserva l'energia meccanica E.

   $K_i + U_i = K_r + U_r$;
   $K_i = 1/2 m v_i^2$;
   $U_i = -1/2 m\omega^2 L^2$;
   $E_i = 1/2 m(v_i^2 - \omega^2 L^2) = 0$
   Ad un istante generico in cui la biglia dista r dal centro si ha:
   $E_r = 1/2 m(v_r^2 - \omega^2 r^2) = 0$
   $v_r = \omega r$.

   La biglia arriva in O ferma e ci resta.

2. In S con origine coincidente con O:

   $\vec{r} = \vec{r'} + \vec{R} = \vec{r'}$ e $\vec{v} = \vec{v'} + \omega \times (\vec{r} - \vec{R})$.
   In coordinate polari le due componenti della velocità sono $\vec{v} = (v_r, \omega r) = (\omega r, \omega r)$
   L'energia cinetica è $K_r = 1/2 m(\omega r)^2 + 1/2 m v_r^2 = m\omega^2 r^2$.
   Per il teorema della forze vive il lavoro fatto dalla reazione vincolare e' uguale a $\Delta K = K_r - K_i = m\omega^2(r^2 - L^2)$. Nel sistema rotante $L_N^{'} = 0$ poiché N' è sempre perpendicolare allo spostamento.

3. Nel caso in cui l'attrito compia un lavoro L_a la biglia si ferma prima di raggiungere O. In S$'$ vale $\Delta E = E_f - E_i = E_f = L_a$ in quanto E_i=0. Indicando con r_f il punto di arresto rispetto al centro O

   $-1/2 m\omega^2 r_f^2 = m\mu_d g(r_f - L)$
   $\omega^2 r_f^2 + 2\mu_d g r_f - 2\mu_d g L = 0$
   $r_f = (-\mu_d g \pm \sqrt{(\mu_d g)^2 + 2\omega^2 \mu_d g L})/\omega^2$.
   La soluzione fisica è quella con il segno positivo $r_f = 15.\ cm$.

4. Giunto in r_f la biglia resta ferma se la forza centrifuga è minore della massima forza di attrito: $m\omega^2 r_f \leq m\mu_s g$
   (altre $m\omega^2 r_f > m\mu_s g$, $m\omega^2 r_f = m\mu_s g$)
   $\omega^2 r_f = (-\mu_d g \pm \sqrt{(\mu_d g)^2 + 2\omega^2 \mu_d g L}) = 3.80\ ms^{-2}$
   $\mu_s g = 2.94\ ms^{-2}$.
   Il corpo si rimette in moto in direzione opposta fino a tornare al punto di partenza r=L.
   L'energia potenziale centrifuga è la stessa dell'istante iniziale. La velocità

finale in $S^{'}$ si ricava dalla conservazione dell'energia:
$1/2mv_{fin}^2 - 1/2mv_i^2 = 2m\mu_d g(r_f - L)$
$v_{fin} = \sqrt{v_i^2 - 4\mu_d g(L - r_f)} = 1.04\ ms^{-1}$.

5. L'equazione oraria in $S^{'}$ dopo che la biglia è si è messa in moto in direzione centrifuga si ottiene risolvendo l'equazione:
$m\ddot{r} = m\omega^2 r - m\mu_d g$
che ha come soluzione $r = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t} + \mu_d g/\omega^2$ con A e B determinati dalle condizioni iniziali $r_0 = r_f$ e $v_0 = v_f = 0$.