

Lezione 15

L'analisi della Varianza (ANOVA): i disegni entro i soggetti e misti

Argomenti della lezione:

- Disegni entro i soggetti
- Disegni "misti"
- Effect size e potenza

Disegni entro i soggetti

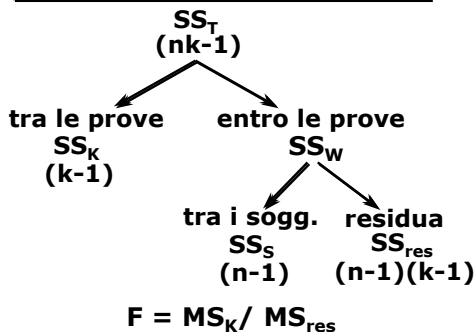
- ➔ Gli stessi soggetti sono utilizzati nelle diverse condizioni (ovvero, nei diversi livelli della Variabile Indipendente)
- ➔ Nei disegni entro i soggetti l'ANOVA viene anche detta per prove (o misure) ripetute

A=1	A=2	
S1	S1	$\bar{Y}_{1.}$
S2	S2	$\bar{Y}_{2.}$
...	...	
$\bar{Y}_{.1}$	$\bar{Y}_{.2}$	$\bar{Y}_{..}$

Punteggio Medio dei soggetti

Punteggio Medio nelle condizioni

Scomposizione della devianza



Scomposizione della devianza

- ➔ Devianza tra le prove dovuta agli effetti del trattamento (SS_K): equivale alla devianza tra i gruppi nei disegni tra i soggetti
- ➔ Devianza entro le prove (SS_W): consta di due parti differenti, la devianza tra i soggetti (SS_S) e la devianza residua (SS_{res})

- ↻ Le differenze individuali rimangono costanti da una prova all'altra. Questa variabilità può essere calcolata ed eliminata dalla devianza residua o di errore
- ↻ La devianza d'errore è dovuta alle fluttuazioni casuali nelle risposte dei soggetti, non spiegabili né in base agli effetti del trattamento, né in base alle differenze individuali

$$\text{Devianza Totale} = SS_T = \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

$$\begin{aligned} \text{Devianza Tra le prove} &= SS_K = \\ &= \sum_i \sum_j (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Devianza Entro le prove} &= SS_W = \\ &= \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y}_{.j})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Devianza tra i Soggetti} &= SS_S = \\ &= \sum_i \sum_j (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \end{aligned}$$

$$\text{Devianza Residua} = SS_W - SS_S$$

Vantaggi dei disegni entro i soggetti

- Riduzione dell'errore sperimentale (disegni più potenti)
- Meno soggetti (disegni più economici)

Svantaggi

- Necessità di controllare gli effetti di ordine e di sequenza nella presentazione delle prove
- L'effetto di sequenza potrebbe rendere necessario far trascorrere un certo tempo tra la presentazione dei diversi trattamenti, o addirittura ricorrere a disegni tra i soggetti

Assunzioni

Sono le stesse esaminate per il modello tra i soggetti tranne l'omoschedasticità che è sostituita dalla assunzione di sfericità o circolarità secondo la quale la varianza delle differenze tra tutte le coppie delle misure ripetute deve essere uguale

Sfericità o circolarità

Nel caso di tre misure (ad esempio m_1 , m_2 e m_3) questa condizione richiede che:

$$\sigma^2_{m_1-m_2} = \sigma^2_{m_1-m_3} = \sigma^2_{m_2-m_3}$$

Nel caso di due misure questa assunzione ovviamente non è verificabile

Esempio

24 soggetti vengono sottoposti alle seguenti condizioni:

Condizione 1: Messaggio di contenuto "insaliente"

Condizione 2: Messaggio di contenuto "non-insaliente"

Condizione 3: Messaggio di contenuto "neutrale"

Variabile Dipendente = numero di ricordi corretti

Elementi per il test F:
Calcolati con le formule apposite
(pag. 227 del testo "Analisi dei Dati")

Devianza Totale = 542.85

Devianza Tra le Prove = 81.89

Devianza Entro le Prove = 460.95

Devianza Tra i Soggetti = 404.98

Devianza Residua = 55.97

Risultati del test F

Fonte	SS	GDL	MS	F	p
Tra le Prove	81.89	2	40.95	33.65	.000
Residua	55.97	46	1.22		

Medie nelle condizioni

Messaggi Insalienti = 16.85

Messaggi Non-Insalienti = 14.42

Messaggi Neutrali = 14.81

Quali di queste medie risultano significativamente diverse ?

Confronti pianificati (1)

Confrontiamo inizialmente la differenza tra la condizione 1 (Messaggio Insaliente) e le condizioni 2 e 3 aggregate (Messaggio Non-insaliente o Neutrale)

Coefficienti: (-2 1 1)

Risultati

Fonte	SS	GDL	MS	F	p
Contrasto	120.05	1	120.05	111.25	.000
Residua	24.82	23	1.08		

L'insalienza produce un miglioramento significativo nel ricordo dello stimolo

Confronti pianificati (2)

Confrontiamo ora la differenza tra la condizione 2 (Messaggio Non-Insaliente) e la condizione 3 (Messaggio Neutrale)

Coefficienti: (0 1 -1)

Risultati

Fonte	SS	GDL	MS	F	p
Contrasto	3.57	1	3.57	1.07	.312
Residua	73.90	23	3.21		

I soggetti hanno prodotto lo stesso numero di ricordi corretti nelle due condizioni

I risultati dei due confronti pianificati supportano l'ipotesi di partenza: la condizione "Insalienza" facilita il ricordo del messaggio rispetto alle altre due condizioni, che non si differenziano tra loro

Confronti post-hoc: risultati simili

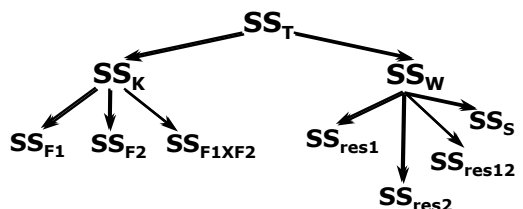
Disegno fattoriale con 2 fattori entro i soggetti

I soggetti vengono esposti a tutte le particolari combinazioni delle condizioni (o fattori), quindi le singole celle sono composte sempre dagli stessi soggetti

	Insalienza	
Risposta	SI	NO
Immediata	S1	S1
	S2	S2

Ritardata	S1	S1
	S2	S2

Scomposizione delle devianze



Formule: "Analisi dei dati" (p. 231)

**Ogni fonte di variabilità
"tra le prove" prevede una
varianza residua separata**

È possibile isolare l'effetto delle differenze individuali nei fattori F1 e F2 e nell'interazione, ed eliminare la devianza tra i soggetti (SS_S) dalla devianza entro le prove

Rapporto "F"

Abbiamo un rapporto F per ognuna delle 3 varianze tra le prove, con GDL pari a quelli delle varianze coinvolte:

$$F_{F1} = MS_{F1} / MS_{res1} \\ [k1-1, (k1-1)(n-1)]$$

$$F_{F2} = MS_{F2} / MS_{res2} \\ [k2-1, (k2-1)(n-1)]$$

$$F_{F1 \times F2} = MS_{F1 \times F2} / MS_{res12} \\ [(k1-1)(k2-1), (k1-1)(k2-1)(n-1)]$$

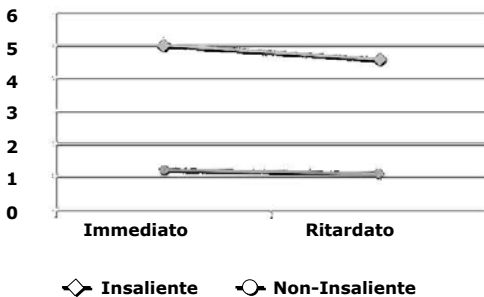
Analisi dei disegni fattoriali

Influenza del tipo di Messaggio e del tipo di ricordo (Fattori) sul numero di ricordi esatti (Variabile Dip.)

Messaggio: Insaliente, Non-Insaliente
Ricordo: Immediato, Ritardato
N soggetti: 10 per cella
Disegno: 2X2 (4 celle)

Tabella ANOVA dei risultati

Fonte	SS	GDL	MS	F	p
Messaggio	133.225	1	133.23	26.05	.001
Residua F1	45.025	9	5.11		
Ricordo	.625	1	.625	9	.015
Residua F2	.625	9	.07		
Interazione	.225	1	.225	1.93	.193
Residua Int.	1.025	9	.22		
Tra i Soggetti	55.23	9	5.14		



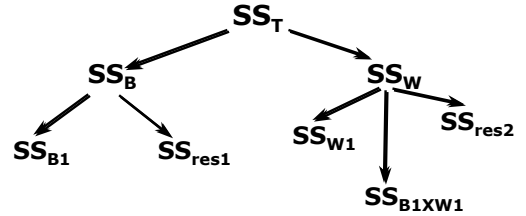
Disegno fattoriale "misto"

- Almeno un fattore è tra i soggetti ed almeno un altro fattore è entro i soggetti
- I soggetti vengono esposti a tutte le condizioni sperimentali della variabile "entro", e soltanto ad un livello della variabile "tra"

	Insalienza(W)	
Priming(B)	SI	NO
SI	S1	S1
	S2	S2

NO	S5	S5
	S7	S7

Scomposizione delle devianze



Formule: "Analisi dei dati" (p. 236)

**Abbiamo 2 varianze residue:
una per il fattore Between, e
una per il fattore Within e per
l'interazione tra B e W**

Questo perché la varianza dovuta alle differenze individuali può essere isolata dalla varianza residua solo per il fattore entro i soggetti, mentre nel fattore tra i soggetti è inglobata nella varianza residua

Rapporto "F"

Abbiamo un rapporto F per ognuna delle 3 varianze, con GDL pari a quelli delle varianze coinvolte:

$$F_B = \frac{MS_{B1}}{MS_{res1}} \quad [k1-1, k1(n-1)]$$

$$F_W = \frac{MS_{W1}}{MS_{res2}} \quad [k2-1, k1(n-1)(k2-1)]$$

$$F_{BxW} = \frac{MS_{B1xW1}}{MS_{res2}} \quad [(k1-1)(k2-1), k1(n-1)(k2-1)]$$

Analisi dei disegni fattoriali

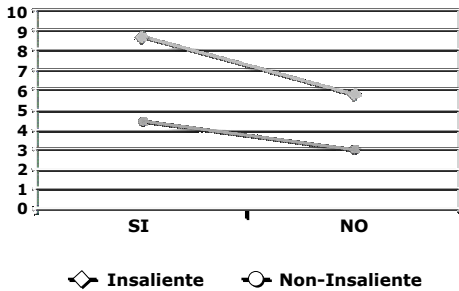
Influenza del tipo di Messaggio e del Priming (Fattori) sul numero di ricordi esatti (Variabile Dip.)

**Messaggio: Insaliente, Non-Insaliente
Priming: SI, NO**

**N soggetti: 3 per cella
Disegno: 2X2 (4 celle)**

Tabella ANOVA dei risultati

Fonte	SS	GDL	MS	F	p
Priming (B)	14.08	1	14.08	10.55	.031
Residua B	5.33	4	1.33		
Messaggio (W)	35.75	1	35.75	55.12	.002
Interazione	2.08	1	2.08	3.12	.152
Residua W e Interazione	2.57	4	.57		



Effect size (ampiezza dell'effetto) e Potenza della verifica

EFFECT SIZE

Importanza dell'effetto.
Coefficienti che quantificano
l'associazione tra VD e VI, e che
possono essere interpretati come
proporzione della varianza della
variabile dipendente spiegata dalla
variabile indipendente

EFFECT SIZE nell'ANOVA

$$\eta^2 = SS_B / SS_T$$

$$\omega^2 = [SS_B - (k-1) * MS_w] / (SS_T + MS_w)$$

$$\omega^2, \eta^2 = .01-.05 \quad \rightarrow \text{Basso}$$

$$\omega^2, \eta^2 = .06-.13 \quad \rightarrow \text{Moderato}$$

$$\omega^2, \eta^2 \geq .14 \quad \rightarrow \text{Elevato}$$

Potenza della verifica

→ Probabilità di rifiutare l'ipotesi
nulla quando essa è falsa.
Probabilità di rilevare un effetto
quando esso è presente

Errore del II tipo: accettare
l'ipotesi nulla quando essa è falsa.
Inversamente proporzionale
all'errore del I tipo

Probabilità di commettere l'errore
del I tipo = α ; probabilità di
commettere l'errore del II tipo = β ;
potenza = $1-\beta$; valori adeguati: $\geq .80$

La potenza della verifica dipende
da tre fattori:

- livello di α
- ampiezza del campione
- grandezza dell'effetto (effect size)

Aumentare la potenza

- **Aumentare l'effect size, ridurre la variabilità entro i gruppi, legame forte tra VI e VD**
- **Aumentare il numero di soggetti**
- **Ridurre α / Usare test a una coda**

Stime della potenza

- **POST-HOC: Calcolo di il $1-\beta$ dopo l'analisi. Migliore interpretazione dei risultati**
- **A PRIORI: Consentono di stabilire la potenza della verifica, per un dato numero di gruppi (k) e di numerosità di soggetti per gruppo (n_k)**

CONCLUSIONE

- **Disegni entro i soggetti**
- **Disegni misti**
- **Ampiezza dell'effetto e Potenza della Verifica**

CONCLUSIONE

- **Tecnica molto flessibile**
- **Limiti: forti assunzioni**
- **Verificare le condizioni di applicabilità**