

Lezione 12

L'analisi fattoriale: il processo di rotazione dei fattori, l'interpretazione della soluzione

Argomenti della lezione:

- **Metodi di rotazione dei fattori**
- **Interpretazione della soluzione**
- **Assunzioni e prerequisiti**

Rotazione dei fattori

- ➔ **Rendere la soluzione fattoriale più interpretabile senza cambiarne le fondamentali proprietà**
- ➔ **Capacità di riprodurre R**
Varianza spiegata

Indeterminatezza della soluzione fattoriale

Esistono infinite matrici A tali che $R = AA'$, cioè che riproducono R altrettanto bene

Esistono infinite matrici T che trasformano A in modo che:

$$AT = B, \text{ e } R = BB'$$

A = matrice non ruotata

B = matrice ruotata

T = matrice di trasformazione

Rotazioni ortogonali: i fattori ruotati non sono correlati

Rotazioni oblique: i fattori ruotati possono essere correlati tra loro

Matrice "ruotata" ortogonale

	F1	F2	h^2
Determinato	.17	.83	.72
Dinamico	.24	.85	.78
Energico	.36	.77	.72
Affidabile	.87	.23	.81
Responsabile	.91	.24	.89
Scrupoloso	.83	.30	.78
Varianza Spiegata	.42	.37	

Matrice "ruotata" obliqua

	F1	F2	h^2
Determinato	-.08	.88	.72
Dinamico	-.01	.89	.78
Energico	.16	.76	.72
Affidabile	.91	-.02	.81
Responsabile	.95	-.02	.89
Scrupoloso	.85	.07	.78
Varianza Spiegata	.42	.37	

La struttura semplice (Thurstone)

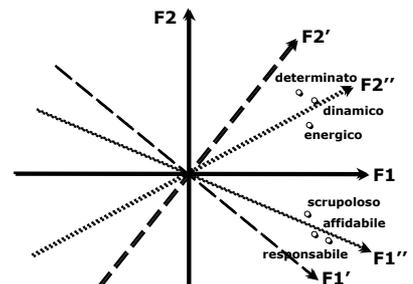
- Criterio guida per il processo di rotazione dei fattori
- Massimizza il numero di zeri nelle righe e nelle colonne della matrice delle saturazioni

La struttura semplice

- Ogni fattore deve saturare una minoranza di variabili
- Ogni variabile deve essere spiegata da pochi fattori

📖 Criterio della struttura semplice: fa in modo che le variabili cadano il più vicino possibile agli assi fattoriali

📖 Numero di saturazioni prossime a 0 in un fattore: indice della semplicità del fattore



Rotazioni ortogonali

Varimax

- **Aumenta la semplicità dei fattori**
- **Massimizza la varianza delle saturazioni delle variabili all'interno di ogni fattore**

Varimax

- **Per ogni fattore tende a far diventare le saturazioni elevate più elevate e quelle più basse ancora più basse**
- **Tende a produrre fattori con alcune saturazioni elevate, poche intermedie e molte basse**

Varimax

- **Consente di separare meglio fattori diversi**
- **I risultati di Varimax sono più chiari e più generalizzabili**

Quartimax

- **Massimizza la semplicità delle variabili a scapito dei fattori**
- **Massimizza la varianza delle saturazioni di ogni variabile**

Quartimax

- **Concentra più varianza possibile di ogni variabile su un solo fattore**
- **Facilita la formazione di un fattore generale, saturato da più o meno tutte le variabili**

Rotazioni oblique

Oblimin

- Fa in modo che le variabili abbiano saturazioni vicine a 0 in tutti i fattori tranne uno
- Considera sia la varianza delle saturazioni, sia le covarianze tra i fattori

Promax

- Parte da una rotazione ortogonale, e la modifica per renderla più semplice, consentendo che i fattori siano correlati
- Ottiene risultati molto simili alla rotazione Oblimin

Nelle soluzioni ortogonali:

l'impatto del fattore sulla variabile è uguale alla correlazione tra variabile e fattore (saturazione fattoriale)

Nelle soluzioni oblique è possibile distinguere tra:

- correlazione tra variabile e fattore
- impatto del fattore sulla variabile (contributo unico del fattore al netto degli altri fattori)

Matrice Pattern (P)

- Impatto diretto di ciascun fattore sulle variabili, al netto dell'impatto degli altri fattori
- Influenza unica di ciascun fattore sulle variabili (pesi beta, β)

Matrice Struttura (S)

→ **Correlazioni tra le variabili e i fattori. Risultano tanto più "gonfiate" quanto più è elevata la correlazione tra i fattori**

Varianza spiegata dopo la rotazione obliqua

Var	Pattern		Struttura		P*S		h ²
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	
X1	.70	.10	.74	.38	.52	.04	.56
X2	.70	.10	.74	.38	.52	.04	.56
X3	.20	.70	.48	.78	.10	.55	.65
X4	.10	.70	.38	.74	.04	.52	.56
Var Sp.					29	29	

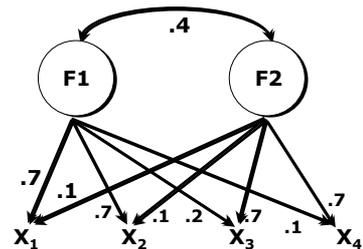
Matrici Struttura (S) e Pattern (P)

$$S = P\Phi$$

Φ = Matrice delle correlazioni tra i fattori

$$R^* = SP' \quad e \quad R = SP' + U^2$$

$$R^* = P\Phi P' \quad e \quad R = P\Phi P' + U^2$$



Effetto Diretto di F1 su X₁ = .7
 Effetto Indiretto = .4*.1=.04
 Effetto Totale=.7+.04=.74

Interpretazione dei fattori

Interpretazione dei fattori

I fattori si interpretano in base alle variabili con le quali presentano correlazioni (saturazioni) più elevate

Interpretazione dei fattori e grandezza delle saturazioni

Di solito non è possibile utilizzare un test statistico per valutare la significatività delle saturazioni

Indice grezzo dell'importanza della variabile rispetto ad un fattore: quadrato della saturazione nel fattore

Interpretazione dei fattori e grandezza delle saturazioni

- a) | .71 | (50% varianza): eccellente
- b) | .63 | (40% varianza): molto buona
- c) | .55 | (30% varianza): buona
- d) | .45 | (20% varianza): sufficiente
- e) | .32 | (10% varianza): scarsa
- f) < | .32 | inadeguate, possono essere ignorate

Interpretazione dei fattori e grandezza delle saturazioni

	F1	F2
Determinato	.17	.83
Dinamico	.24	.85
Energico	.36	.77
Affidabile	.87	.23
Responsabile	.91	.24
Scrupoloso	.93	.30

Assunzioni e prerequisiti

Fattorializzabilità della matrice:

- Test di sfericità di Bartlett:
 $H_0: R = I$ (I = matrice identità)
- Test di adeguatezza campionaria di Kaiser (KMO):
 $KMO = \frac{\sum r^2}{(\sum r^2 + \sum p^2)}$
Valori adeguati: >.60

Livelli di misura delle variabili:

Almeno intervalli equivalenti
Anche ordinali se:
Numero di categorie ordinabili > 5
Distribuzione normale

Coefficienti di correlazione:
Pearson

Numero di variabili:

**Almeno 3-4 variabili per fattore
(fattori "sovradeterminati")**

Ampiezza e qualità del campione:

- **Almeno 100 soggetti e almeno cinque casi per ogni variabile**
- **Variabilità ampia**

CONCLUSIONE

**Ambiti di applicazione
dell'Analisi Fattoriale**

- **Costruzione di test psicologici**
- **Studio di questionari**
- **Esplorazione di dati**

CONCLUSIONE

Qualità di strumenti di misura

- ☞ **identificare indicatori adeguati e non adeguati dei fattori**
- ☞ **identificare fattori misurati in maniera non adeguata (es., da una sola variabile)**

CONCLUSIONE

Decisioni

- **Adeguatezza delle variabili**
- **Fattorializzabilità**
- **Tecnica per l'estrazione**
- **Numero di fattori**
- **Tecnica per la rotazione**
- **Interpretare i fattori**
- **Adeguatezza della soluzione**

CONCLUSIONE

Come ottenere buone soluzioni

- **Numero di variabili adeguato per ogni fattore (almeno 4)**
- **Almeno 100 soggetti**
- **Campione non selezionato**

CONCLUSIONE

Come ottenere buone soluzioni

- **Effettuare l'analisi dei fattori comuni**
- **Non utilizzare l'analisi delle componenti principali**
- **Rotazione obliqua (Oblimin o Promax)**

CONCLUSIONE

Come ottenere buone soluzioni

- **Più metodi per scegliere il numero di fattori (scree test, replicabilità della soluzione, residui)**
- **Non utilizzare il criterio dell'autovalore maggiore di 1**