

## Lezione 12

L'analisi fattoriale: il processo di rotazione dei fattori, l'interpretazione della soluzione

### Argomenti della lezione:

- **Metodi di rotazione dei fattori**
- **Interpretazione della soluzione**
- **Assunzioni e prerequisiti**

### Rotazione dei fattori

- ➔ **Rendere la soluzione fattoriale più interpretabile senza cambiarne le fondamentali proprietà**
- ➔ **Capacità di riprodurre R**  
**Varianza spiegata**

### Indeterminatezza della soluzione fattoriale

Esistono infinite matrici  $A$  tali che  $R = AA'$ , cioè che riproducono  $R$  altrettanto bene

**Esistono infinite matrici  $T$  che trasformano  $A$  in modo che:**

$$AT = B, \text{ e } R = BB'$$

$A$  = matrice non ruotata

$B$  = matrice ruotata

$T$  = matrice di trasformazione

**Rotazioni ortogonali: i fattori ruotati non sono correlati**

**Rotazioni oblique: i fattori ruotati possono essere correlati tra loro**

### Matrice "ruotata" ortogonale

	F1	F2	$h^2$
Determinato	.17	.83	.72
Dinamico	.24	.85	.78
Energico	.36	.77	.72
Affidabile	.87	.23	.81
Responsabile	.91	.24	.89
Scrupoloso	.83	.30	.78
Varianza Spiegata	.42	.37	

### Matrice "ruotata" obliqua

	F1	F2	$h^2$
Determinato	-.08	.88	.72
Dinamico	-.01	.89	.78
Energico	.16	.76	.72
Affidabile	.91	-.02	.81
Responsabile	.95	-.02	.89
Scrupoloso	.85	.07	.78
Varianza Spiegata	.42	.37	

### La struttura semplice (Thurstone)

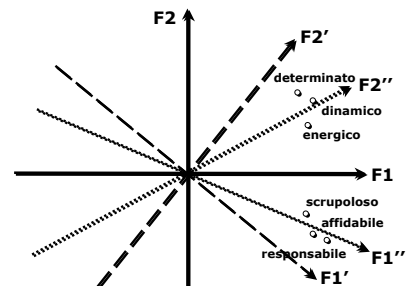
- Criterio guida per il processo di rotazione dei fattori
- Massimizza il numero di zeri nelle righe e nelle colonne della matrice delle saturazioni

### La struttura semplice

- Ogni fattore deve saturare una minoranza di variabili
- Ogni variabile deve essere spiegata da pochi fattori

📖 Criterio della struttura semplice: fa in modo che le variabili cadano il più vicino possibile agli assi fattoriali

📖 Numero di saturazioni prossime a 0 in un fattore: indice della semplicità del fattore



## **Rotazioni ortogonali**

### **Varimax**

- **Aumenta la semplicità dei fattori**
- **Massimizza la varianza delle saturazioni delle variabili all'interno di ogni fattore**

### **Varimax**

- **Per ogni fattore tende a far diventare le saturazioni elevate più elevate e quelle più basse ancora più basse**
- **Tende a produrre fattori con alcune saturazioni elevate, poche intermedie e molte basse**

### **Varimax**

- **Consente di separare meglio fattori diversi**
- **I risultati di Varimax sono più chiari e più generalizzabili**

### **Quartimax**

- **Massimizza la semplicità delle variabili a scapito dei fattori**
- **Massimizza la varianza delle saturazioni di ogni variabile**

### **Quartimax**

- **Concentra più varianza possibile di ogni variabile su un solo fattore**
- **Facilita la formazione di un fattore generale, saturato da più o meno tutte le variabili**

## Rotazioni oblique

### Oblimin

- Fa in modo che le variabili abbiano saturazioni vicine a 0 in tutti i fattori tranne uno
- Considera sia la varianza delle saturazioni, sia le covarianze tra i fattori

### Promax

- Parte da una rotazione ortogonale, e la modifica per renderla più semplice, consentendo che i fattori siano correlati
- Ottiene risultati molto simili alla rotazione Oblimin

### Nelle soluzioni ortogonali:

l'impatto del fattore sulla variabile è uguale alla correlazione tra variabile e fattore (saturazione fattoriale)

Nelle soluzioni oblique è possibile distinguere tra:

- correlazione tra variabile e fattore
- impatto del fattore sulla variabile (contributo unico del fattore al netto degli altri fattori)

### Matrice Pattern (P)

- Impatto diretto di ciascun fattore sulle variabili, al netto dell'impatto degli altri fattori
- Influenza unica di ciascun fattore sulle variabili (pesi beta,  $\beta$ )

### Matrice Struttura (S)

→ **Correlazioni tra le variabili e i fattori. Risultano tanto più "gonfiate" quanto più è elevata la correlazione tra i fattori**

### Varianza spiegata dopo la rotazione obliqua

Var	Pattern		Struttura		P*S		h <sup>2</sup>
	F1	F2	F1	F2	F1	F2	
X1	.70	.10	.74	.38	.52	.04	.56
X2	.70	.10	.74	.38	.52	.04	.56
X3	.20	.70	.48	.78	.10	.55	.65
X4	.10	.70	.38	.74	.04	.52	.56
Var Sp.					29	29	

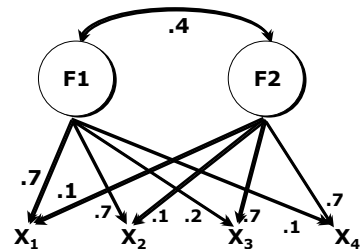
### Matrici Struttura (S) e Pattern (P)

$$S = P\Phi$$

$\Phi$  = Matrice delle correlazioni tra i fattori

$$R^* = SP' \quad e \quad R = SP' + U^2$$

$$R^* = P\Phi P' \quad e \quad R = P\Phi P' + U^2$$



Effetto Diretto di F1 su X<sub>1</sub> = .7  
 Effetto Indiretto = .4\*.1=.04  
 Effetto Totale=.7+.04=.74

## Interpretazione dei fattori

### Interpretazione dei fattori

I fattori si interpretano in base alle variabili con le quali presentano correlazioni (saturazioni) più elevate

### Interpretazione dei fattori e grandezza delle saturazioni

Di solito non è possibile utilizzare un test statistico per valutare la significatività delle saturazioni

Indice grezzo dell'importanza della variabile rispetto ad un fattore: quadrato della saturazione nel fattore

### Interpretazione dei fattori e grandezza delle saturazioni

- a) | .71 | (50% varianza): eccellente
- b) | .63 | (40% varianza): molto buona
- c) | .55 | (30% varianza): buona
- d) | .45 | (20% varianza): sufficiente
- e) | .32 | (10% varianza): scarsa
- f) < | .32 | inadeguate, possono essere ignorate

### Interpretazione dei fattori e grandezza delle saturazioni

	F1	F2
Determinato	.17	.83
Dinamico	.24	.85
Energico	.36	.77
Affidabile	.87	.23
Responsabile	.91	.24
Scrupoloso	.93	.30

### Assunzioni e prerequisiti

### Fattorializzabilità della matrice:

- Test di sfericità di Bartlett:  
H<sub>0</sub>: R = I (I = matrice identità)
- Test di adeguatezza campionaria di Kaiser (KMO):  
KMO =  $\frac{\sum r^2}{(\sum r^2 + \sum p^2)}$   
Valori adeguati: >.60

### Livelli di misura delle variabili:

Almeno intervalli equivalenti  
Anche ordinali se:  
Numero di categorie ordinabili > 5  
Distribuzione normale

Coefficienti di correlazione:  
Pearson

**Numero di variabili:**

**Almeno 3-4 variabili per fattore  
(fattori "sovradeterminati")**

**Ampiezza e qualità del campione:**

- **Almeno 100 soggetti e almeno cinque casi per ogni variabile**
- **Variabilità ampia**

**CONCLUSIONE**

**Ambiti di applicazione  
dell'Analisi Fattoriale**

- **Costruzione di test psicologici**
- **Studio di questionari**
- **Esplorazione di dati**

**CONCLUSIONE**

**Qualità di strumenti di misura**

- ☞ **identificare indicatori adeguati e non adeguati dei fattori**
- ☞ **identificare fattori misurati in maniera non adeguata (es., da una sola variabile)**

**CONCLUSIONE**

**Decisioni**

- **Adeguatezza delle variabili**
- **Fattorializzabilità**
- **Tecnica per l'estrazione**
- **Numero di fattori**
- **Tecnica per la rotazione**
- **Interpretare i fattori**
- **Adeguatezza della soluzione**

**CONCLUSIONE**

**Come ottenere buone soluzioni**

- **Numero di variabili adeguato per ogni fattore (almeno 4)**
- **Almeno 100 soggetti**
- **Campione non selezionato**

**CONCLUSIONE**

**Come ottenere buone soluzioni**

- **Effettuare l'analisi dei fattori comuni**
- **Non utilizzare l'analisi delle componenti principali**
- **Rotazione obliqua (Oblimin o Promax)**

## **CONCLUSIONE**

### **Come ottenere buone soluzioni**

- **Più metodi per scegliere il numero di fattori (scree test, replicabilità della soluzione, residui)**
- **Non utilizzare il criterio dell'autovalore maggiore di 1**