Conseguenze del teorema delle forze vive

- Conoscendo ΔK si può ricavare L e viceversa.
- Dall'energia cinetica si può effettivamente ricavare lavoro (mulino ecc.), che può essere riutilizzato altrimenti, attraverso vincoli che non compiono lavoro (a parte l'attrito, che può essere ridotto con la lubrificazione) ma si limitano a trasferire una forza da un punto ad un altro (e viceversa).
- L'energia cinetica ha le stesse dimensioni e unità del lavoro
- L'energia cinetica K, proporzionale al quadrato della velocità, e L dipendono dal sistema di riferimento.
- In un riferimento non inerziale, anche le forze apparenti fanno lavoro e fanno variare l'energia cinetica (nel teorema si usa il II principio, che in un riferimento non inerziale annovera tra le forze anche quelle apparenti),

ma non la forza di Coriolis, che è ortogonale a v'.

Il lavoro della forza peso (FMUV 6.5.1)

Riprendiamo in considerazione l'integrale che fornisce il lavoro lungo una traiettoria, che possiamo identificare con γ:

$$L = {}_\gamma\int_A^B \delta L = {}_\gamma\int_A^B \vec{f}\cdot d\vec{r} = {}_\gamma\int_A^B [f_x(x,y,z)dx + f_y(x,y,z)dy + f_z(x,y,z)dz]$$

in generale l'integrando non è un differenziale esatto

⇒ l'integrale dipende dalla traiettoria.

E' sempre vero? Consideriamo la gravità:

$$\vec{f} \equiv (0,0,-mg);\ \ d\vec{r} \equiv (dx,dy,dz) \ \Rightarrow \ \vec{f}\cdot d\vec{r} = -mgdz$$

$$L_G = {}_\gamma\int_A^B \vec{f}\cdot d\vec{r} = {}_\gamma\int_A^B -mgdz = mg(z_A - z_B)$$

come si vede, il lavoro della forza peso è lo stesso qualunque sia la traiettoria da A a B

anzi, dipende solo dalla differenza di quota tra A e B.

Forze conservative (FMUV 6.4)

Se il lavoro di una forza non dipende dalla traiettoria, ma solo dal punto iniziale e finale di essa, posso sempre definire una funzione V della posizione (detta energia potenziale, o posizionale) la cui differenza tra A e B sia uguale al lavoro fatto da A a B:

$$L_{AB} = V_A - V_B = -\Delta V$$

Una forza che soddisfa questa proprietà è detta forza conservativa, perché combinando questa proprietà con il teorema delle forze vive abbiamo:

$$L_{AB} = V_A - V_B = K_B - K_A \quad \Rightarrow \quad K_A + V_A = K_B + V_B$$

per cui quando la forza è conservativa la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, detta energia totale $E = K + V$ è una costante del moto: l'energia totale si conserva.

Se si percorre una traiettoria da A e B, e poi una traiettoria diversa da B e A, si ritorna allo stesso valore dell'energia potenziale: il lavoro di una forza conservativa lungo un percorso chiuso è sempre nullo.

E' immediato concludere che l'energia potenziale (così come l'energia totale) è definita a meno di una costante arbitraria.