

Esercitazione 0

1. Siano a e b due numeri reali con $a < b$ e siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni numeriche tali che $a_n \uparrow a$ e $b_n \downarrow b$. Scrivere i limiti delle seguenti successioni di insiemi:

$$\begin{array}{cccc} (-\infty, a_n) & (-\infty, b_n) & (-\infty, a_n] & (-\infty, b_n] \\ (a_n, +\infty) & (b_n, +\infty) & [a_n, +\infty) & [b_n, +\infty) \\ (a_n, b) & [a_n, b) & (a_n, b] & [a_n, b] \\ (a, b_n) & [a, b_n) & (a, b_n] & [a, b_n] \end{array}$$

2. Esperimento: una moneta bilanciata viene lanciata tre volte.

- (a) Definire lo spazio Ω degli eventi;
(b) Rappresentare i seguenti eventi come sottoinsiemi di Ω (elencare i possibili risultati contenuti in ciascun evento)

$$\begin{aligned} A &= \{\text{la prima T esce al terzo lancio}\} \\ B &= \{\text{escono 2 T e una C}\} \\ D &= \{\text{C al primo e al terzo lancio}\} \end{aligned}$$

3. Esperimento: si lancia n volte la moneta.

- (a) Definire Ω ;
(b) Rappresentare i seguenti eventi come sottoinsiemi di Ω

$$\begin{aligned} A &= \{\text{la prima T esce al terzo lancio}\} \\ B &= \{\text{escono } k \text{ T e } n - k \text{ C}\} \\ D &= \{\text{C al primo e al terzo lancio}\} \\ E &= \{\text{C al primo e all'ultimo lancio}\} \end{aligned}$$

4. Esperimento: Si lancia una moneta ripetutamente fino a quando non appare Testa. In quel momento si interrompe la prova.

- (a) CCT è uno dei possibili risultati? e $TT?$ e $CCC?$ Argomentare la risposta.
(b) Scrivere l'insieme Ω di tutti i risultati possibili.
(c) Indichiamo con E_k l'evento "l'esperimento termina al k -mo lancio". Elencare tutti gli $\omega \in \Omega$ contenuti nell'evento E_k .
(d) Descrivere "a parole" l'evento $\bigcup_{k=1}^{\infty} E_k$ e la sua negazione.

5. Definiamo la seguente successione di insiemi:

$$A_n = \left\{ \frac{0}{n}, \frac{1}{n}, \dots, \frac{n^2}{n} \right\},$$

per $n \in \mathbb{N}$.

- E' una successione monotona?
- Trovare il *limsup* e il *liminf* per $n \rightarrow \infty$.