

Luciano Maiani  
Fermi Lectures 5

Neutrino: Dirac o Majorana ?



**Ettore Majorana**



# Sommario

1. Particelle e antiparticelle
2. L' articolo di E. Majorana (1937)
3. Il neutrino di Majorana
4. Come possiamo decidere ?
5. Conclusioni

# 1. Particelle e antiparticelle

The biggest jump of all the big jumps  
of this Century (W. Heisenberg)

- E' noto... che l' ambra, strofinata con un panno di lana, diventa capace di attrarre dei piccoli pezzi di carta o di altra sostanza.
- Esistono *due tipi di elettrizzazione* distinti: quella del vetro, che chiameremo d'ora in poi *positiva*, e quella dell' ebanite, che chiameremo *negativa*.

Mario Ageno, Elementi di  
Fisica, Boringhieri, 1956

- elettroni negativi, protoni positivi
- in fisica classica il segno delle cariche elettriche e' solo una convenzione che evidentemente possiamo invertire a piacimento...

How would you like to live in Looking-glass House, Kitty?

I wonder if they'd give you milk in there?

Perhaps Looking-glass milk isn't good to drink --



Nella Fisica Classica non c'e' modo di mettere a confronto i mondi ai due "lati dello specchio"

# Relativita', energia negativa e mare di Dirac

Nella Relativita' Speciale, la relazione tra energia e quantita' di moto e':

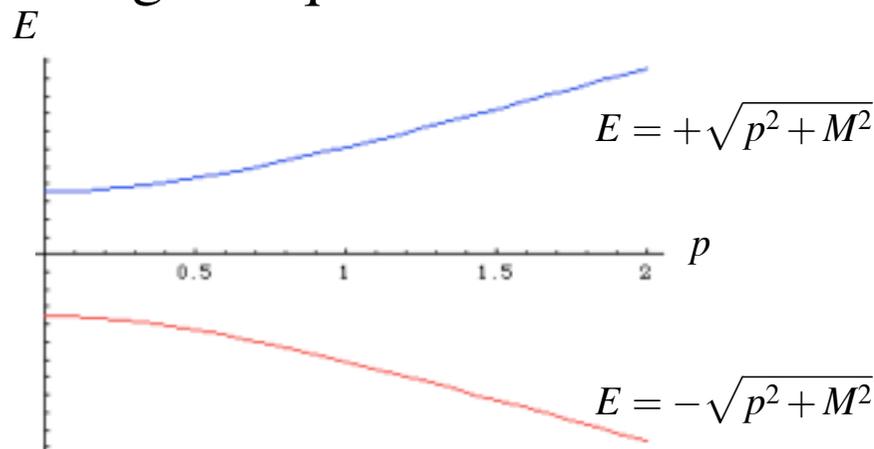
$$E^2 - p^2 = M^2$$

la radice ha, come e' noto, due determinazioni;

in fisica classica, una particella sul ramo positivo ci resta per sempre, poiche' l'energia puo' variare solo con continuita'

ma questo non e' vero in Meccanica Quantistica: un salto quantico puo' portare la particella ad energia negativa...

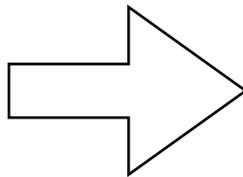
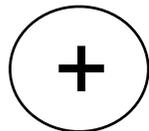
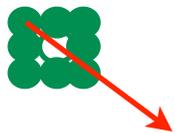
... dove, se *togliamo* energia la quantita' di moto *aumenta!!!*



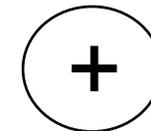
# Il mare di Dirac per gli elettroni

- Dirac: tutti i livelli ad energia negativa sono occupati;
- un elettrone ad energia negativa non può scendere in un livello già occupato: è stabile per il Principio di Esclusione di Pauli;
- un elettrone ad energia negativa, se assorbe energia, può salire in un livello ad energia positiva che sia vuoto, lasciando una “lacuna”;
- la “lacuna” si comporta come se avesse una carica positiva
- transizioni tra energia negativa e positiva: creazione di coppie, annichilazione  $e^+ e^-$

mettiamo una carica  
positiva nel mare di  
elettroni



la lacuna si allontana dalla  
carica positiva !!!



- c'è una simmetria lacuna-elettrone che fa sì che abbiano la stessa massa
- a tutti gli effetti la lacuna è una “immagine rovesciata” dell'elettrone: è un “anti-elettrone”

lo stesso deve valere per i protoni...gli atomi...

Dirac (1929): ci sono stelle fatte di antimateria?

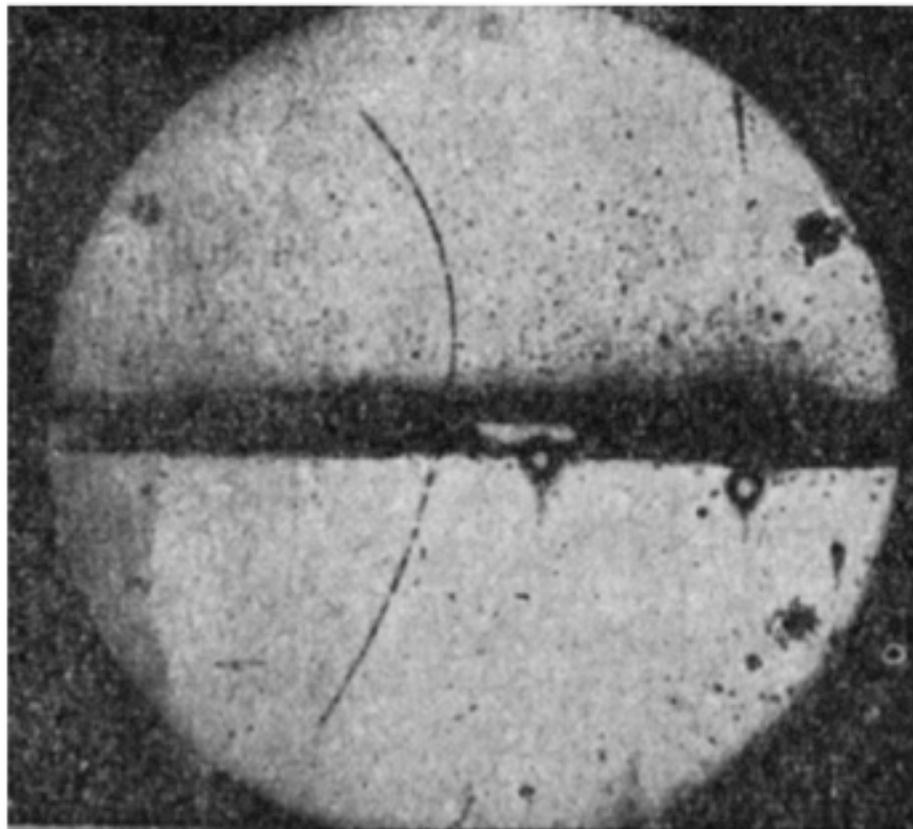


Figura 6.1: Foto di una camera a nebbia con una delle prime immagini di un positrone, C. D. Anderson, 1932. Il positrone si muove *dal basso verso l'alto*, come indicato dal fatto che la curvatura è inferiore nella parte alta della traiettoria, dovuto alla perdita di energia del positrone nell'attraversare la lastra di piombo, visibile in sezione a metà della camera. Da questa informazione si deduce che la carica della particella è *positiva*, mentre la massa è consistente con la massa di un elettrone.

# A cumbersome object

In the mid '30s, the “Dirac sea” of filled, negative energy states was becoming a rather embarrassing object;

what we see as *vacuum* had to be a *plenum*, physically occupied by infinitely many electrons, protons, neutrons, neutrinos...

without any detectable property other than to give rise to holes, i.e. antiparticles...

.... and which is not there for bosons.

Majorana set up to eliminate this sort of “ether”;  
Along the way, he made an unexpected discovery.

## 2. The Majorana article

# TEORIA SIMMETRICA DELL'ELETTRONE E DEL POSITRONE

Nota di ETTORE MAJORANA

Il Nuovo Cimento, **14** (1937) 171.

Written the year before his tragic disappearance in a concise and elegant Italian, this article probably represents the best long-lasting contribution of Ettore Majorana to fundamental particle physics.

The article tackles the problem of formulating the Dirac theory without the cumbersome sea of negative energy states.

L'interpretazione dei cosiddetti « stati di energia negativa » proposta da DIRAC (<sup>1</sup>) conduce, come è ben noto, a una descrizione sostanzialmente simmetrica degli elettroni e dei positroni.

- Symmetry is not at all evident...
- Dirac himself had originally speculated that the mass of the hole could be different from the mass of the electron and that, perhaps, hole=Proton;
- It was only after H. Weyl demonstrated formally the symmetry from Charge conjugation invariance that Dirac accepted that a new particle, the positron had to exist.
- To obtain the symmetry, one had to use....

procedimenti (come la cancellazione di costanti infinite) che possibilmente dovrebbero evitarsi. Perciò abbiamo tentato una nuova via che conduce più direttamente alla meta.

# Results of the new theory

Per quanto riguarda gli elettroni e i positroni, da essa si può veramente attendere soltanto un progresso formale; ma ci sembra importante, per le possibili estensioni analogiche, che venga a cadere la nozione stessa di stato di energia negativa. Vedremo infatti che è perfettamente possibile costruire, nella maniera più naturale, una teoria delle particelle neutre elementari senza stati negativi.

i.e antiparticles

- Particles are described by quantum fields from the start;
- The Dirac sea simply does not exist, bosons and fermions are on same footing;
- The real surprise: the minimal description of spin1/2 particle involves a *real field*, that is *only 2 degrees of freedom* (spin up and spin down) and not 4 as in Dirac's (2 for the electron and 2 for the positron)
- such a particle is absolutely neutral, i.e. it coincides with its antiparticle, as is the case for the photon

# Technical details: how it comes about

In the representation where the Dirac matrices are *all imaginary* (the Majorana representation), the Dirac equation:

$$(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} + m)\psi(x) = 0$$

has real coefficients.

Setting:

$$\psi(x) = U(x) + iV(x)$$

le (8) si scindono in due gruppi distinti, di cui l'uno agisce sulla parte reale, l'altro sulla parte immaginaria di  $\psi$ . Poniamo  $\psi = U + iV$  e consideriamo le equazioni reali (8') in quanto agiscono sulle  $U$ :

$$(10) \quad \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} - (\alpha, \text{grad}) + \beta'_\mu \right] U = 0.$$

# Technical (cont'd)

L'invarianza relativistica di (12) e (13) non richiede particolare dimostrazione, poichè completando tali equazioni con quelle analoghe che si riferiscono alle  $V$ , nonchè con le relazioni di anticommutabilità fra le  $U$  e le  $V$ :  $U_r(q)V_s(q') + V_s(q')U_r(q) = 0$ , si riottiene nul-

l'altro che l'ordinario schema di Jordan-Wigner applicato alle equazioni di Dirac senza campo. Ma è notevole che la parte di tale formalismo che si riferisce alle  $U$  (o alle  $V$ ) possa *da sola* essere considerata come descrizione teorica, in armonia con i metodi generali della meccanica quantistica, di un qualche sistema materiale.

# 3. The Majorana neutrino

M. recognizes that one cannot avoid to introduce a complex field for the electron, to account for electric charge conservation.

But the simplicity of the scheme leads him to speculate that his theory can find application to the case of electrically neutral particles.

allo stato attuale delle nostre conoscenze le (12) e (13) costituiscono la più semplice rappresentazione teorica di un sistema di particelle neutre. Il vantaggio di questo procedimento rispetto all'interpretazione elementare delle equazioni di Dirac è (come vedremo meglio fra poco) che non vi è più nessuna ragione di presumere l'esistenza di antineutroni o antineutrini. Questi ultimi vengono in realtà utilizzati nella teoria dell'emissione  $\beta$  positiva (<sup>1</sup>), ma tale teoria può essere, ovviamente, modificata in modo che l'emissione  $\beta$ , sia negativa che positiva, venga sempre accompagnata dall'emissione di un neutrino.

M. refers here to the theory of positive beta rays formulated by G.C. Wick in Roma, two years before.

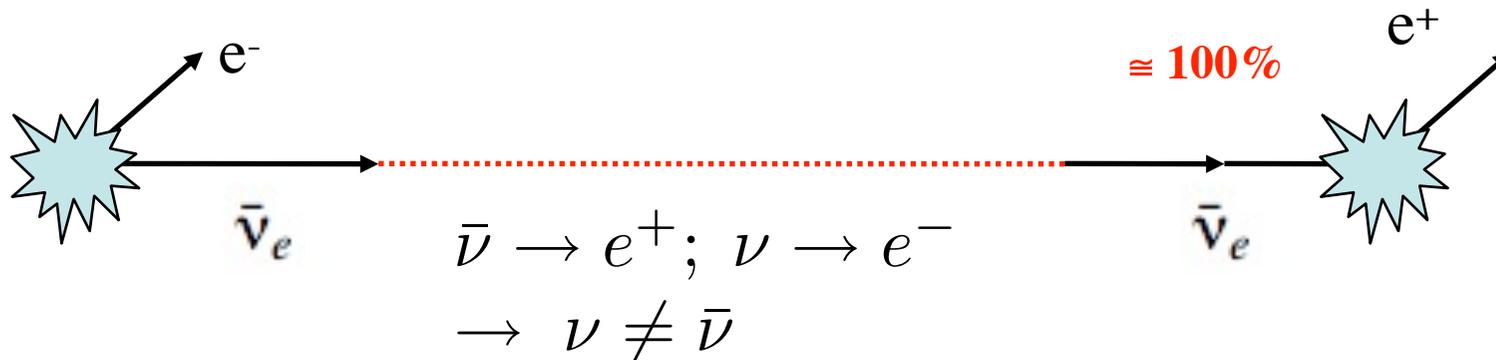
# Surviving the data

Basic transitions of the Fermi theory are:

$$n \rightarrow p + e^{-} + \nu$$

$$p \rightarrow n + e^{+} + \bar{\nu}$$

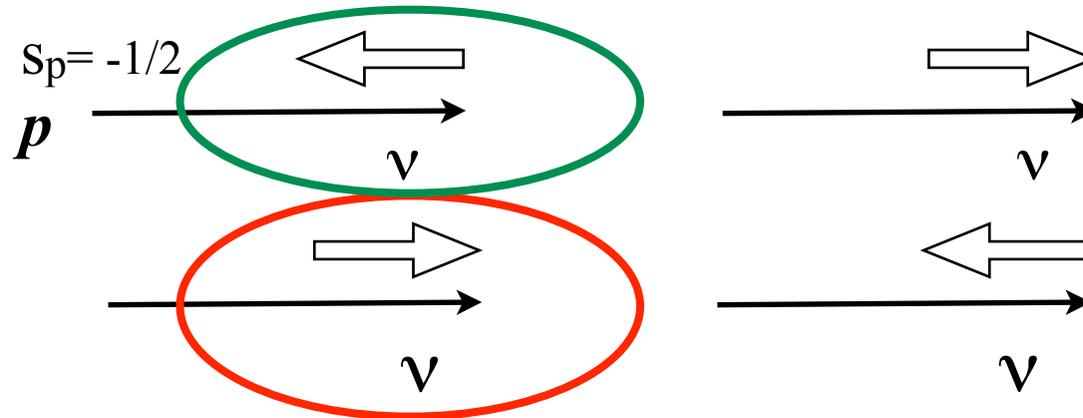
neutrinos are Dirac particles since they carry a conserved charge, the lepton number. In fact, neutral particles from neutron's beta decay, when re-interact, produce positrons and not electrons:



However, Nature and field theory are more clever.

La chiave sta nella proprietà degli stati quantistici di una particella che si chiama elicità

Elicita' = proiezione dello spin nella direzione del moto per una particella di Dirac, ci sono 4 stati possibili:



Esperimenti degli anni '50 hanno mostrato che le particelle neutre emesse nei due processi di Fermi hanno elicità differente:

$$n \rightarrow p + e^{-} + \nu \text{ elicità positiva}$$

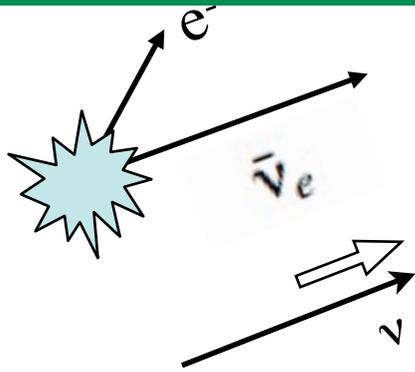
$$p \rightarrow n + e^{+} + \bar{\nu} \text{ elicità negativa}$$

potrebbero essere i due stati di spin previsti da Majorana, che richiede:

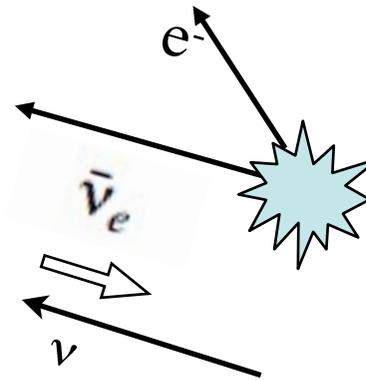
$$\nu = \bar{\nu}$$

# Simmetria destra-sinistra?

Alice through the Looking Glass

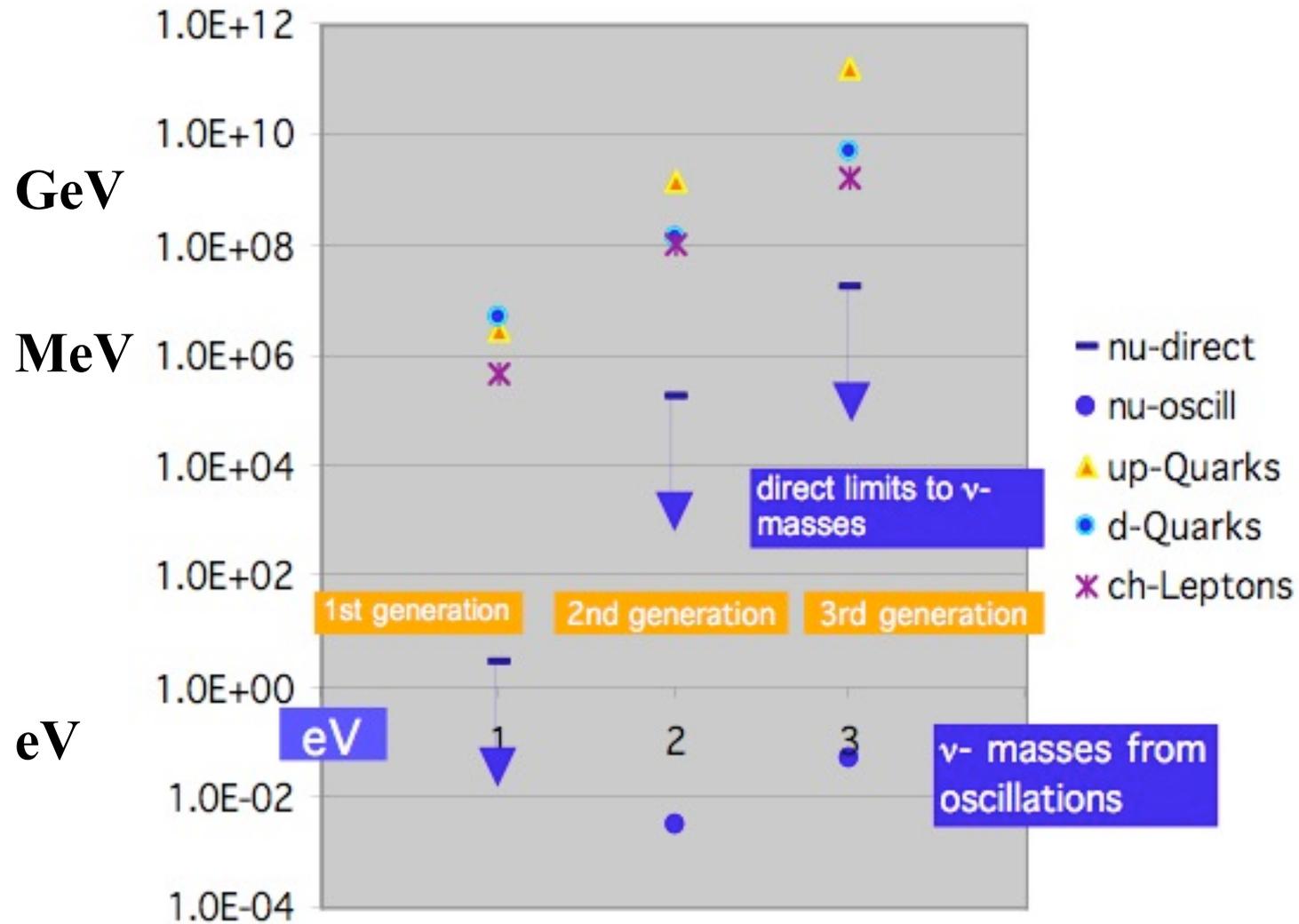


visto nello specchio:



- nel mondo reale, la particella emessa insieme a  $e^-$  ha sempre elicità positiva !!!
- il decadimento beta riflesso nello specchio non è un decadimento possibile perché la particella neutra ha l'elicità sbagliata: la simmetria per riflessione è violata in modo massimo possibile
- la regola dell'elicità perfetta, può essere esatta solo se il  $\nu$  ha massa=0, ovvero viaggia alla velocità della luce.
- se  $m > 0$ ,  
 $\nu \rightarrow e^-$  : Prob.  $\approx 1$
- con  $m/E$  piccolissimo  
 $\nu \rightarrow e^+$  : Prob.  $\approx \frac{m^2}{E^2}$
- Majorana sopravvive a causa della violazione della parità e della piccolezza di  $m$ !

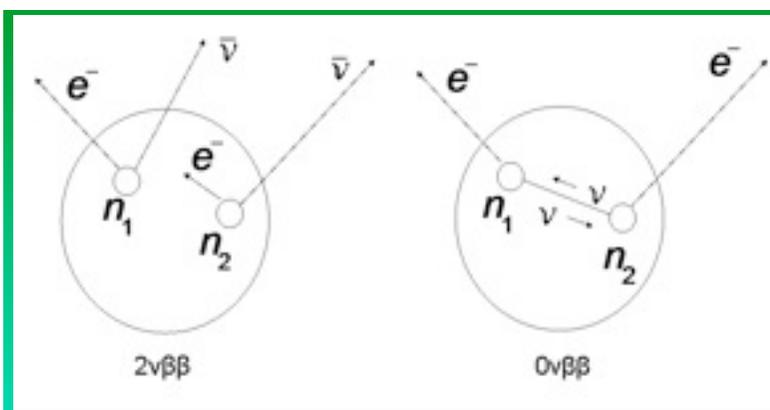
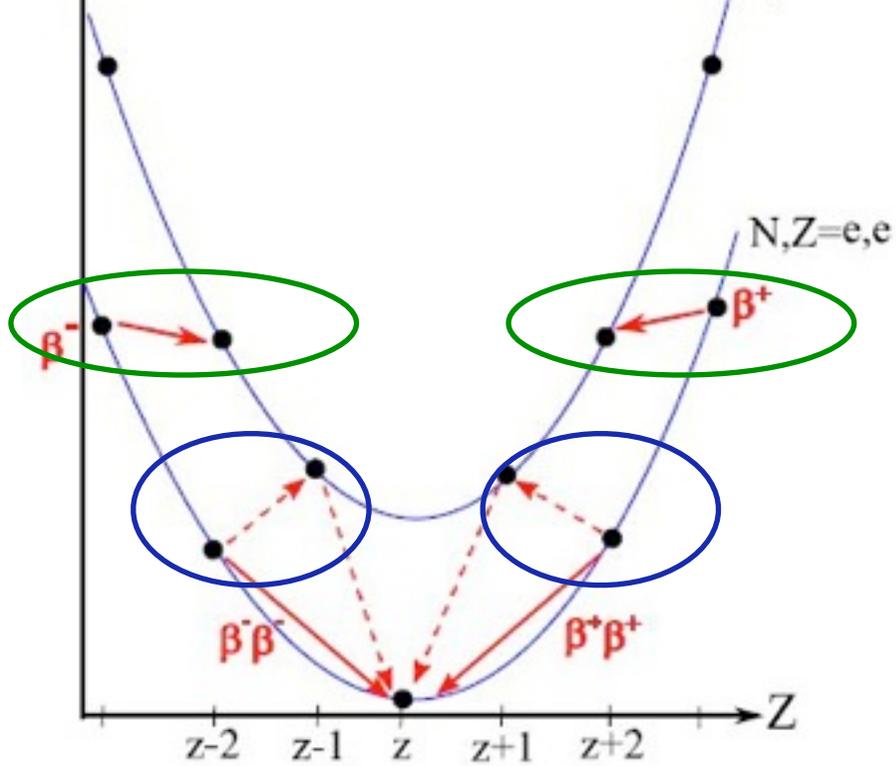
# The spectrum of the elementary



heaviest neutrino mass:  $4 \cdot 10^{-2}$  eV; top quark mass:  $1.7 \cdot 10^{11}$  eV  
 about 13 orders of magnitude !!!

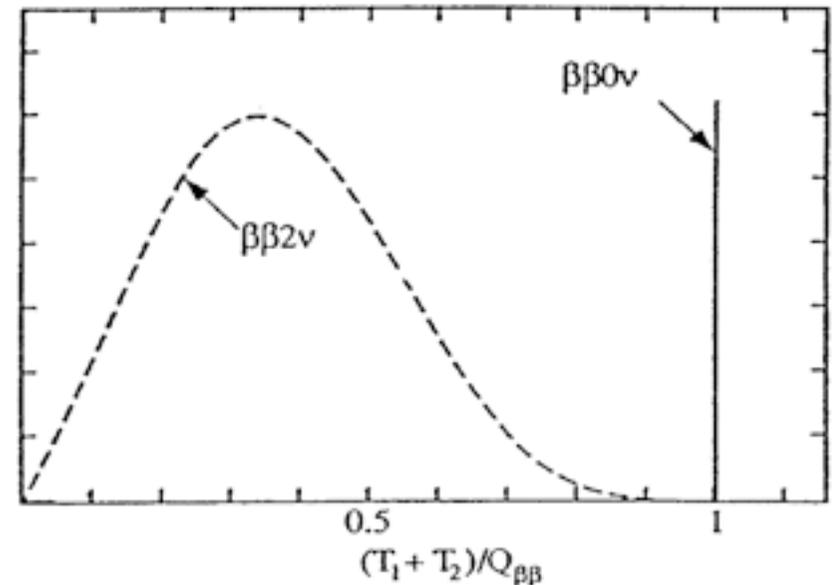
## 4. How can we know ?

- $\beta$  decays and neutrino reactions have too large energy to allow detection of the effects of order  $(m_\nu/E_\nu)^2$
- there is only one process where we can hope to decide between Majoran and Dirac-Weyl neutrinos: *double-beta decay without neutrinos* ( $\beta\beta 0\nu$ )
- for long, searching for  $\beta\beta 0\nu$  has been a superspecialized matter, restricted to a club of happy fews (among them, my friend Ettore Fiorini)
- but it may well be one of the main lines of particle physics in the future
- in particular experiments are prepared in the Grans Sasso Laboratory of INFN in Italy.



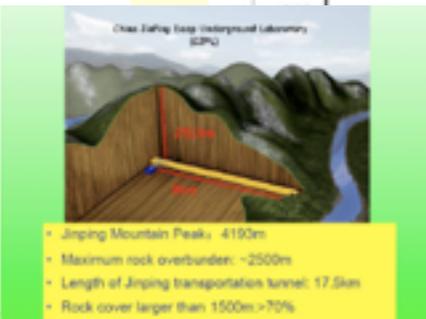
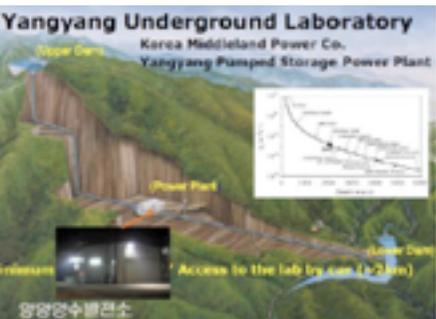
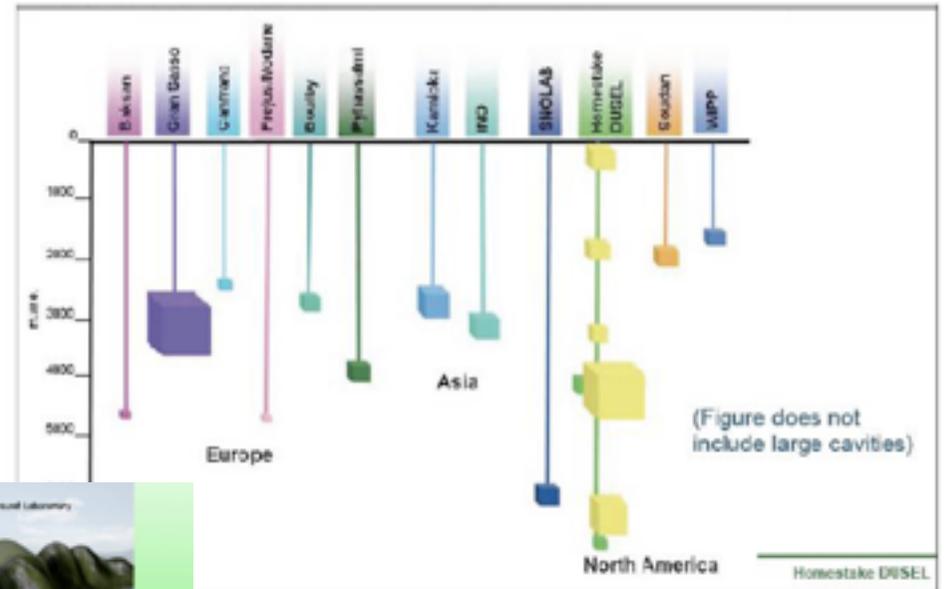
# alpha, double beta and neutrinoless double beta decays

quando non ci sono neutrini, la somma delle energie dei raggi beta e' fissata dalla differenza di energia dei nuclei iniziale e finale



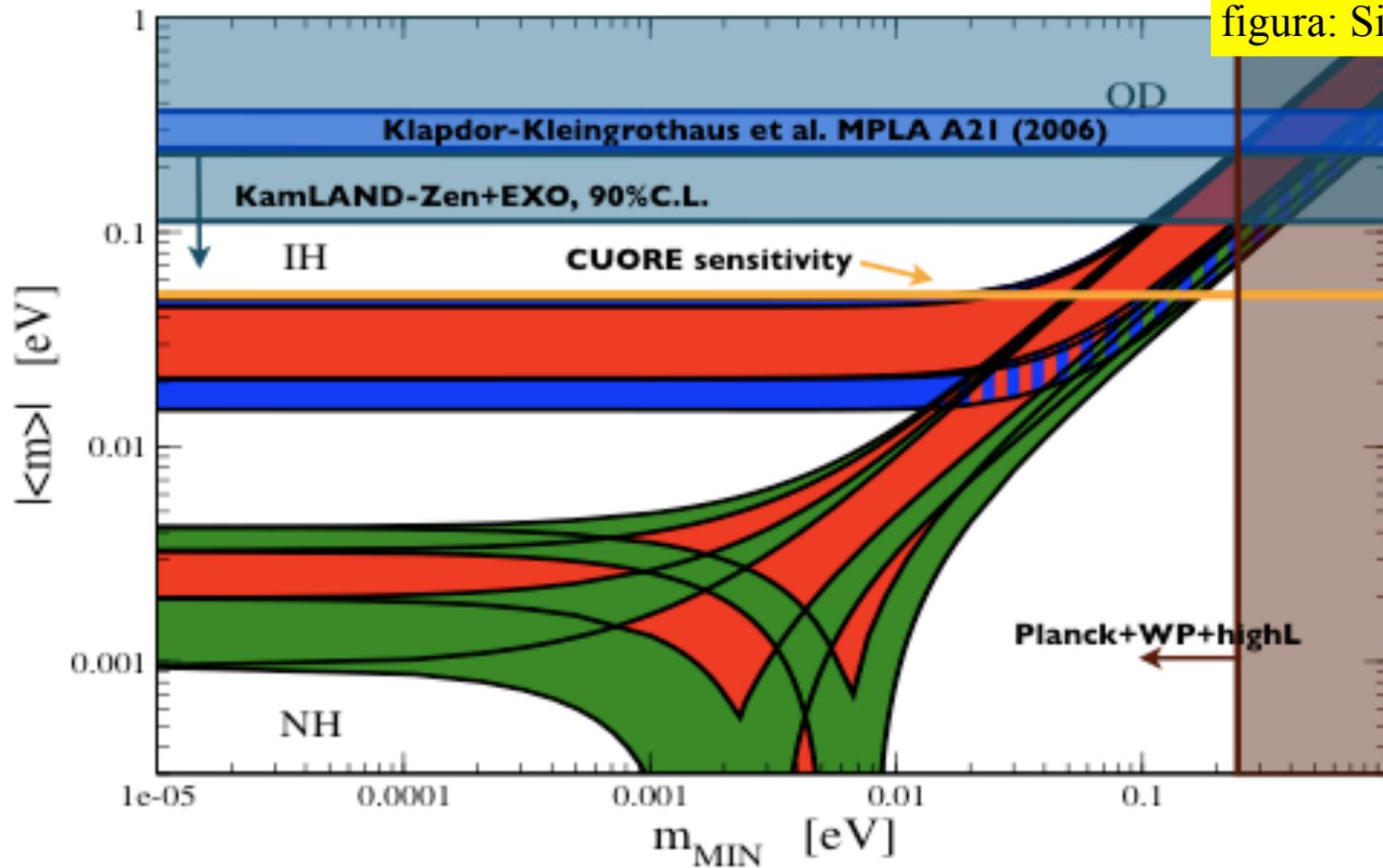
underground, where to go

INTERNATIONAL UNDERGROUND LABORATORIES (Present and Planned)



Entore Fiorini My debts to Bruno





Predictions for  $|\langle m \rangle|$  at  $2\sigma$ . Blue (green) corresponds to regions compatible with CP-conservation and inverted (normal) mass ordering, red is the CP-violating area. The bounds are:

- KamLAND-Zen combined with EXO:  $|\langle m \rangle| < 120-250$  meV at 90% CL. A. Gando et al., PRL 110 (2013).
- Klapdor-Kleingrothaus et al.:  $260 \text{ meV} < |\langle m \rangle| < 380 \text{ meV}$  at 2 sigma, MPLA A21 (2006)
- CUORE sensitivity:  $|\langle m \rangle| < 51-133$  meV at 90% CL. C. Brofferio at NEUTEL 2013.
- Planck+WP+highL bound on neutrino masses:  $m < 0.22$  eV at 95% C.L.

# Conclusioni

- L' antimateria fa parte della fisica, della tecnologia (collisori) delle applicazioni (es. PET) e della cultura dei nostri tempi.
- La Natura fa uso della soluzione piu' semplice proposta da Majorana?
- 70 anni dopo, i neutrini di Majorana sono la migliore descrizione disponibile dei neutrini fisici
- Esperimenti di nuova generazione, ad es. GERDA II o CUORE, sono in preparazione nei laboratori del Gran Sasso. Con dimensioni mai raggiunte prima, CUORE potra' porre limiti molto stringenti al processo doppio beta... o osservarlo

Forse troveremo proprio in Italia la risposta alla domanda posta da Majorana 70 anni fa, insieme ad una possibile spiegazione della preponderanza della materia sull' antimateria nell' Universo, che poi e' quello che rende possibile la nostra stessa esistenza.