

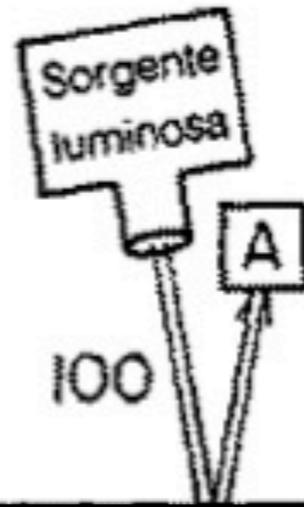
# Luciano Maiani: Quanta, Fields and Particles 2

## Summary

1. Quantum Mechanics
2. Quantized Fields and Particles
3. Antimatter
4. QED
5. Colliders
6. How many kinds of matter and radiation?

# 1. Meccanica Quantistica

La sorgente è talmente poco intensa da mandare un fotone ogni tanto

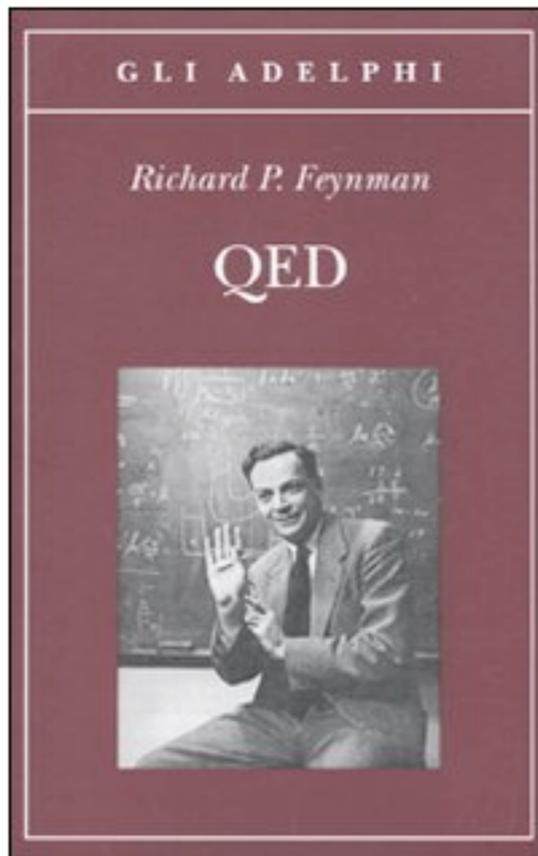


Fotomoltiplicatore in A rivela:  
- “niente”  
- 1 fotone (mai 1/2 fotone!)

~4% dei fotoni sono riflessi, 96% trasmessi

QED. La strana teoria della luce e della materia  
[Copertina Flessibile]

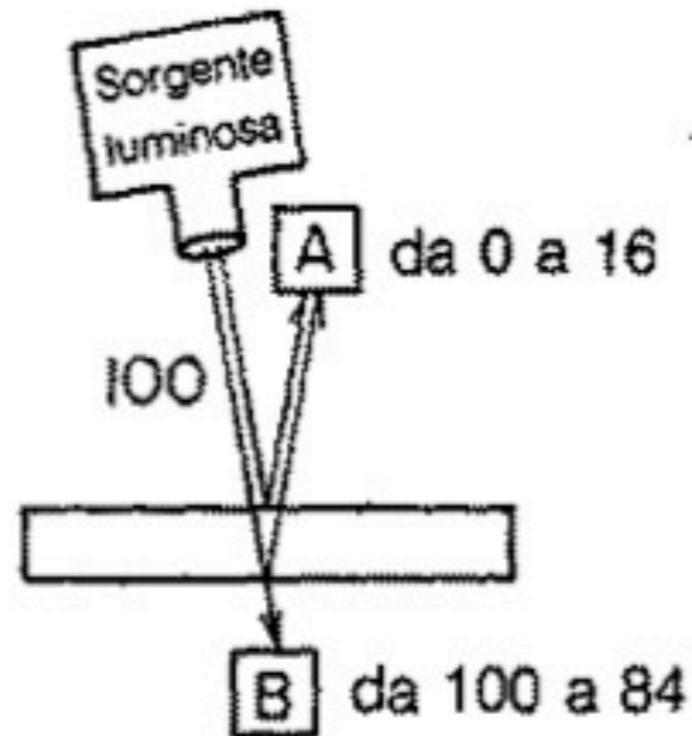
[Richard P. Feynman](#) (Autore), [F. Nicodemi](#) (Traduttore)



Come fa il fotone a sapere se sarà riflesso o trasmesso?

- forse ogni fotone ha un grado di libertà che non vediamo, per cui: 0=passa, 1=riflette?
- no: il raggio riflesso si comporta come prima ad una seconda riflessione

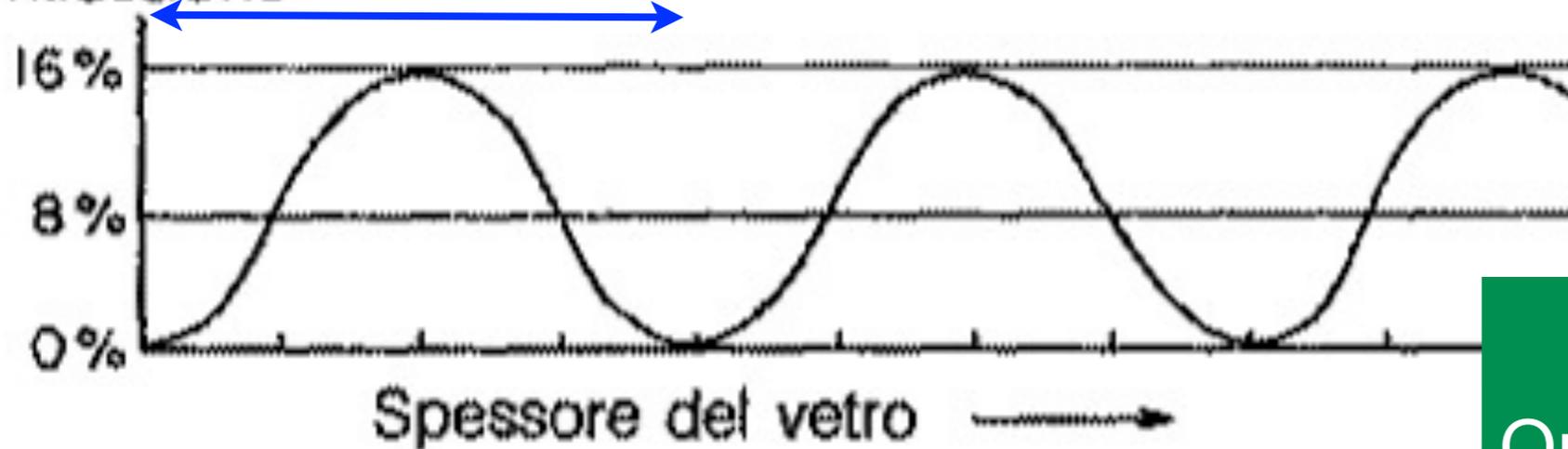
# riflessione su una lamina



- Possiamo prevedere solo la probabilita' di riflessione
- La probabilita' e' il modulo quadro di un' ampiezza complessa
- L' ampiezza si ottiene sovrapponendo la ampiezze di tutti i cammini possibili
- Le ampiezze "interferiscono" come onde, con lung. d' onda  $\lambda = h/p$

Percentuale  
della  
riflessione

prop. a  $\lambda$

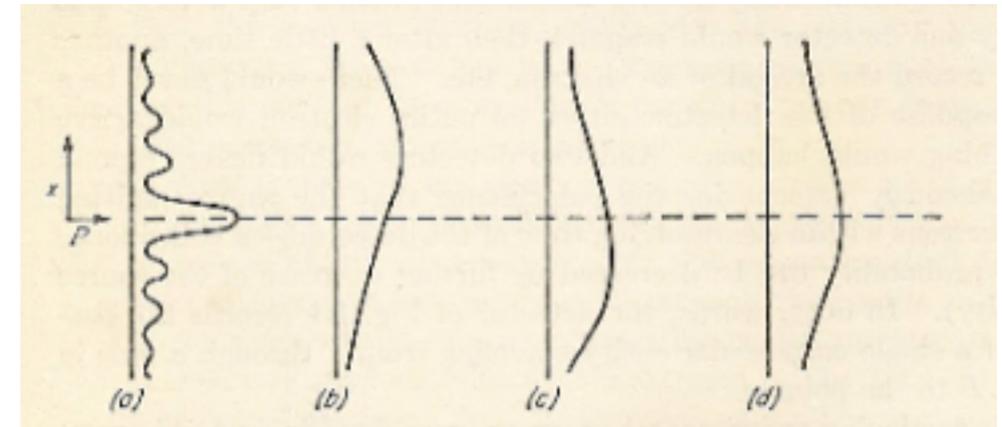
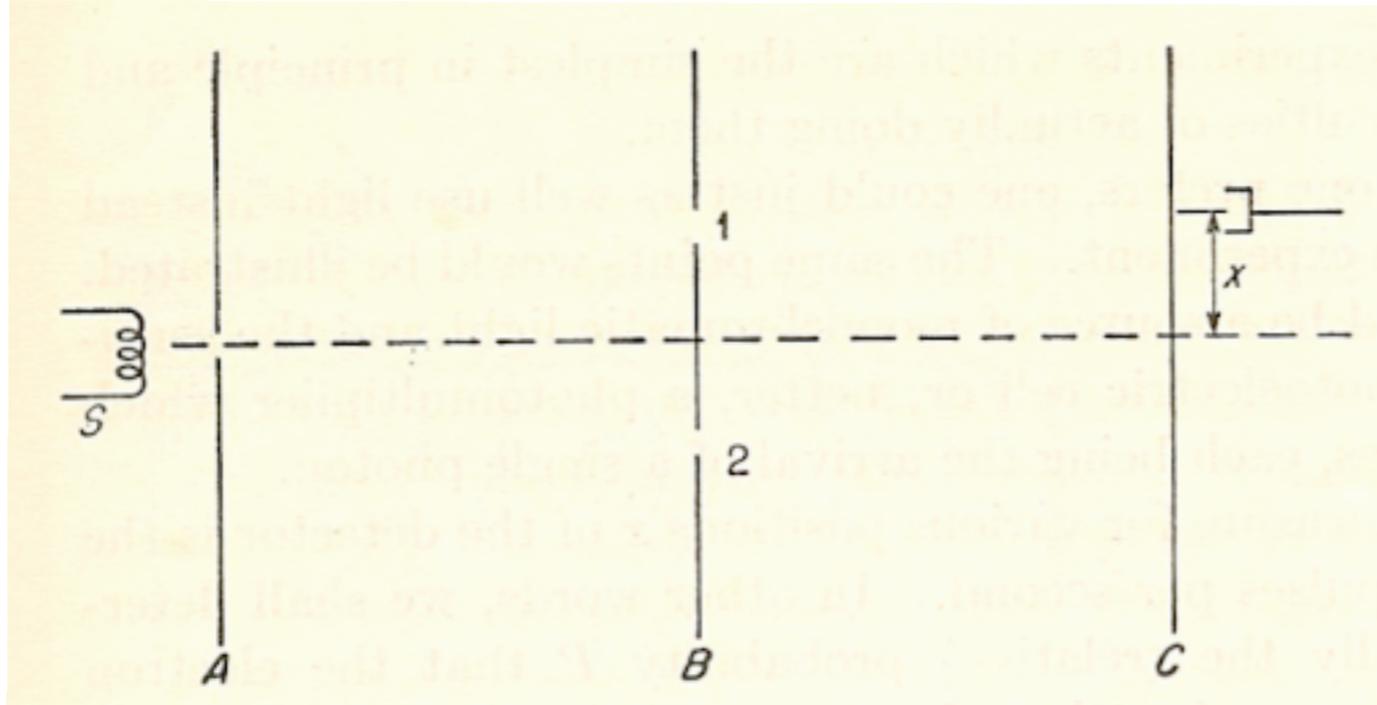


$$Amp. = \sum_{cammini} (-1)^n e^{i \frac{2\pi}{\lambda} x};$$
$$Prob. = |A|^2$$

Elettrodinamica  
Quantistica (QED) in nuce

# Ancora una volta con sentimento...diffrazione degli elettroni

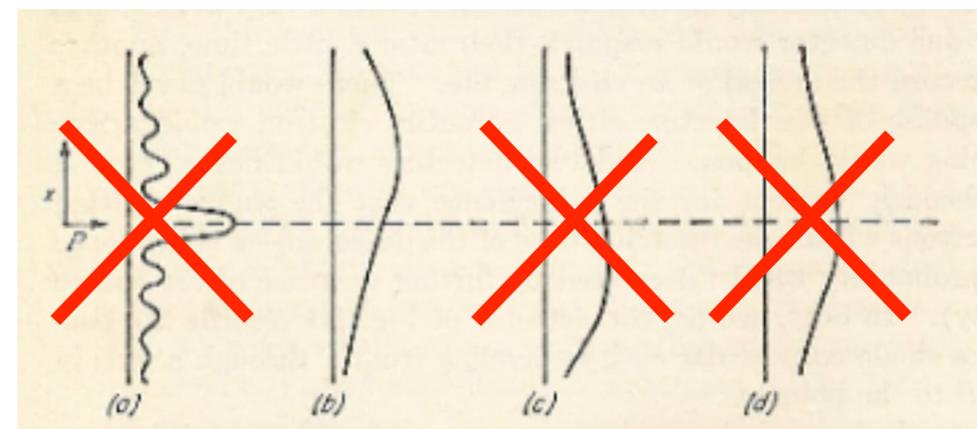
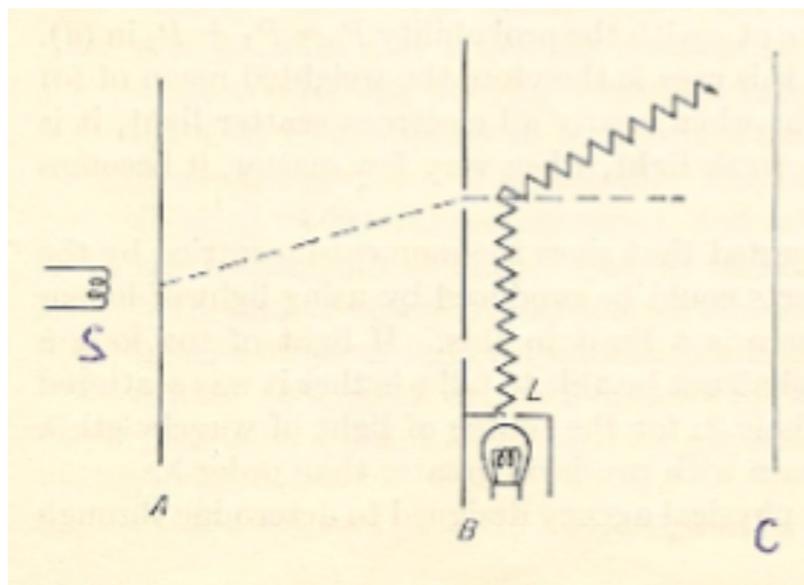
- mandiamo 1 elettrone alla volta da A verso uno schermo B con 2 fenditure, seguito da una lastra fotografica (C)
- ogni elettrone impressiona la lastra in un punto di C
- dopo molti elettroni, si ottiene la figura di diffrazione P



$P$      $P_1$      $P_2$      $P_1 + P_2$

$$P = |A_1 + A_2|^2 \quad P_{1,2} = |A_{1,2}|^2$$

- le ampiezze dei cammini che non possiamo distinguere, date le condizioni al contorno, interferiscono tra loro
- stessa regola che per i fotoni
- se cerchiamo di distinguere 1 da 2, illuminando la fenditura, otteniamo la figura  $P_1 = |A_1|^2$



# stati legati

- Negli esempi precedenti, le condizioni al contorno che permettono di calcolare le ampiezze, e quindi le probabilità, sono date da schermi e fenditure “classici”, ovvero grandi e pesanti.
- Ma in alcuni casi, quello che trattiene l’elettrone sono le forze interatomiche.
- In questo caso, le condizioni al contorno cui deve soddisfare l’ampiezza sono la condizione di essere continua in tutto lo spazio e di annullarsi all’infinito.
- Il caso più celebre (Bohr) è quello di un elettrone legato dalla forza elettrostatica ad un centro fisso, ad es. un protone, che è 1820 volte più pesante e quindi “sta fermo” nell’origine delle coordinate
- le condizioni al contorno fissano le “regole di quantizzazione” che danno i livelli discreti di energia dell’atomo e determinano le frequenze possibili della luce emessa dall’atomo (vedi calcolo).

$$R_B = \frac{\hbar c}{\alpha m c^2} \approx 0.54 \text{ \AA}; \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$E_n = -\frac{e^2}{2n^2 R_B} = -\frac{1}{2n^2} \alpha^2 m c^2 \approx -\frac{13.3}{n^2} \text{ eV}$$

$$\frac{E_n - E_2}{ch} = \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{Ry}, \quad \text{Ry} \approx 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

- il raggio di Bohr

- la formula di Bohr

- la serie di Balmer

# Lunghezza d'onda di de Broglie e livelli dell'atomo d'idrogeno

- f. centripeta = f. centrifuga

$$\frac{e^2}{r^2} = m \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 r = \frac{mv^2}{r} = \frac{p^2}{mr}, \text{ ovvero}$$

$$p^2 = \frac{me^2}{r} \quad (1)$$

- la condizione di continuità dell'ampiezza di probabilità...

$$2\pi r = n\lambda = \frac{n\hbar}{p}, \text{ ovvero : } rp = n\hbar \quad (2)$$

...dà la condizione di quantizzazione di Bohr !

- mettendo tutto insieme:

$$(n\hbar)^2 = (rp)^2 = me^2r, \text{ ovvero : } r = n^2 R_B$$

$$R_B = \frac{\hbar c}{\alpha mc^2} \approx 0.54 \text{ \AA}; \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} = -\frac{e^2}{2r}$$

$$E_n = -\frac{e^2}{2n^2 R_B} = -\frac{1}{2n^2} \alpha^2 mc^2 \approx -\frac{13.3}{n^2} \text{ eV}$$

$$\frac{E_n - E_2}{ch} = \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{Ry}, \quad \text{Ry} \approx 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

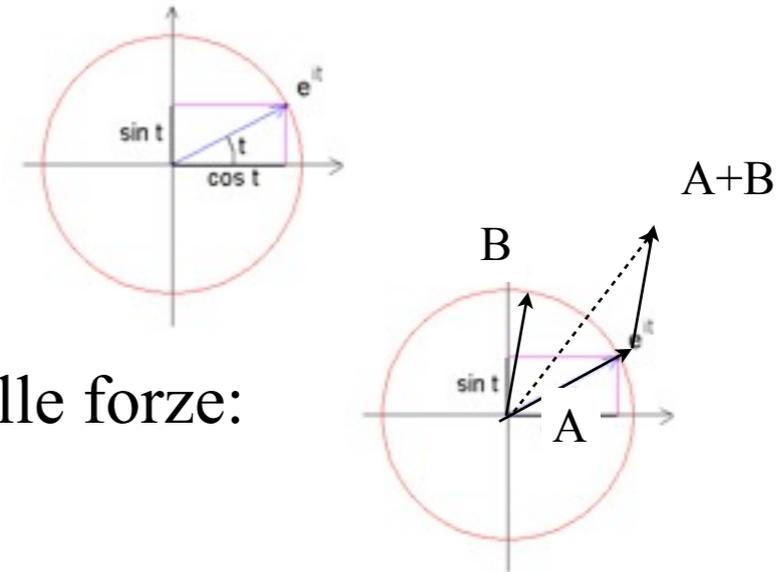
- il raggio di Bohr

- la formula di Bohr

- la serie di Balmer

# Le fasi delle ampiezze quantistiche

- Le ampiezze della MQ sono numeri complessi
- che si possono rappresentare nel piano, con un modulo ed una fase:  $A=ae^{it}$ ,  $|A|=a$ ,  $t$ =fase
- la somma delle ampiezze è come la composizione delle forze:



- Un risultato sorprendente:  
l'ampiezza di un "cammino" dato,  $C$ , ad es. quello in cui l'elettrone passa da una delle due fenditure, è data da:

$$A = e^{i \frac{S(C)}{\hbar}} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

dove  $S(C)$  è proprio l'Azione di Lagrange di quel cammino!

- capiamo perchè  $h$  ha le dimensioni di un'azione;
  - ma, soprattutto, con questa formula possiamo analizzare come si passa dalla Meccanica Quantistica all'Meccanica Classica per sistemi "grandi"
  - grande: Azione  $\gg h$ ; piccolo: Azione  $\cong h$
- A differenza dal mondo matematico dei numeri reali o del piano geometrico, nel mondo fisico c'è una scala assoluta di "grande" e "piccolo" determinata dal "quanto di azione",  $h$ .

# La fisica classica permette una fuga verso l'infinitamente piccolo

## Blaise Pascal: Pensées (1670)

(Chapt.23)

Qu'est-ce qu'un homme dans [167] l'infini ?...qu'il recherche dans ce qu'il connaît les choses les plus délicates. Qu'un ciron, par exemple, lui offre dans la petitesse de son corps des parties incomparablement plus petites, des jambes avec des jointures, des veines dans ces jambes, du sang dans ces veines, des humeurs dans ce sang, des gouttes dans ces humeurs, des vapeurs dans ces gouttes.

... Il pensera peut-être, que c'est là l'extrême petitesse de la nature.

Je veux lui peindre ... encore tout ce qu'il est capable de concevoir de l'immensité de la nature, dans l'enceinte de cet atome imperceptible. Qu'il y voie un infinité de mondes, dont chacun a son firmament, ses planètes, sa terre, en la même [168] proportion que le monde visible; dans cette terre des animaux, et enfin des cirons, dans lesquels il retrouvera ce que les premiers ont donné, trouvant encore dans les autres la même chose, *sans fin et sans repos*. (enfasi aggiunta)

quanto di Azione: l'atomo è stabile,  
ha una taglia definita e non ci sono  
abitanti sugli elettroni "planetari"

# limite classico

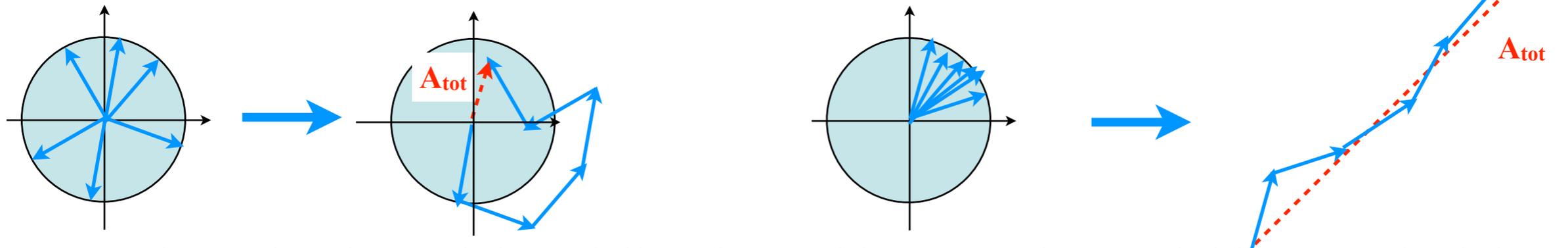
- Confrontiamo l'azione di un cammino dato,  $S(C)$  con quella di un cammino molto vicino,  $S(C')$ , come abbiamo fatto per la rifrazione dalla luce. La variazione della fase è data da:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{\hbar}$$

- per sistemi grandi,  $S \gg \hbar$ , sarà anche  $\Delta S \gg \hbar$ : la fase tra un cammino e l'altro varia di molti giri:

- se scriviamo  $\frac{\Delta S}{\hbar} = n2\pi + \phi$ ;  $0 < \phi < 2\pi$  la fase  $\phi$  di  $A(C')$  è completamente scorrelata dalla fase di  $A(C)$

- le ampiezze dei cammini prossimi a  $C$  sono numeri complessi con fasi molto variabili tra loro, le ampiezze interferiscono distruttivamente e la somma è  $\approx 0$



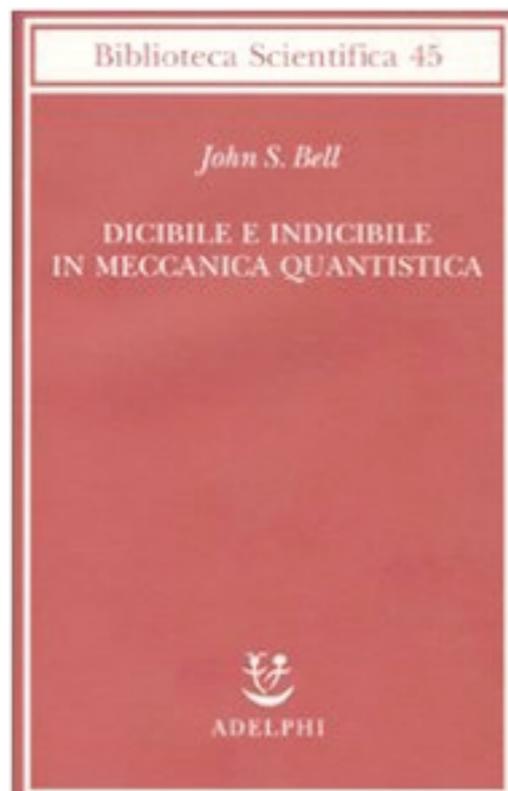
- Se  $C$  corrisponde ad un minimo dell'Azione, si ha  $\Delta S=0$ : i cammini intorno al minimo di  $S$  danno ampiezze in fase e interferiscono positivamente

- Il sistema percorre con ottima approssimazione la traiettoria prevista da Lagrange con Probabilità =1.

- Se invece  $S \approx \hbar$ , tutti i cammini danno contributi significativi, si ha interferenza distruttiva e costruttiva, l'ampiezza si comporta come un'onda di intensità pari a  $|A|^2$  (=Probab.).

# Realtà, realismo....

- L'interpretazione probabilistica delle ampiezze descrive con successo i risultati degli esperimenti di laboratorio
- ma che succede “ nella realtà ” “ ad un fotone riflesso dalla Luna e che nessuno osserva? dove va?
- Einstein pensava che la Meccanica Quantistica fosse incompleta, Feynman non si sbilancia (“ sembra assurdo, ma e' cosi' ”)
- Le misure sperimentali sulle diseuguaglianze derivate da John Bell nel 1964 (A. Aspect, 1982) preferiscono la MQ al “realismo locale” di Einstein



Dicibile e indicibile in  
meccanica quantistica  
[John S. Bell](#) (Autore), [G. Lorenzoni](#) (a  
cura di)

Does the Moon exist when  
nobody looks at it?  
(D. Mermin)

## 2. Campi e Particelle

- I fotoni sono i “quanti” del campo elettromagnetico
- classicamente i campi elettrico e magnetico sono due vettori che esistono in ogni punto dello spazio e del tempo:  $\vec{E}(x, t), \vec{H}(x, t)$

- si possono esprimere in termini di un solo vettore, il potenziale vettore

$$\vec{E}(x, t) = \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

- onde piane

$$\vec{A} \approx e^{ikx} [ae^{-i\omega t} + a^* e^{+i\omega t}] \quad k = \frac{1}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi\nu$$

- descrivono altrettanti oscillatori armonici

- Planck:  $E_n = nh\nu = nE$

- Einstein:  $p_n = nhk = n\frac{h}{\lambda} = nP$  gli stati dell'oscillatore,  $n=1, 2, \dots$  sono stati con 1, 2,...particelle

- MQ:

- $a^*$  descrive il passaggio da  $n \rightarrow n+1$  fotoni (*crea* un fotone)

- $a$  descrive il passaggio da  $n \rightarrow n-1$  fotoni (*distrugge* un fotone)

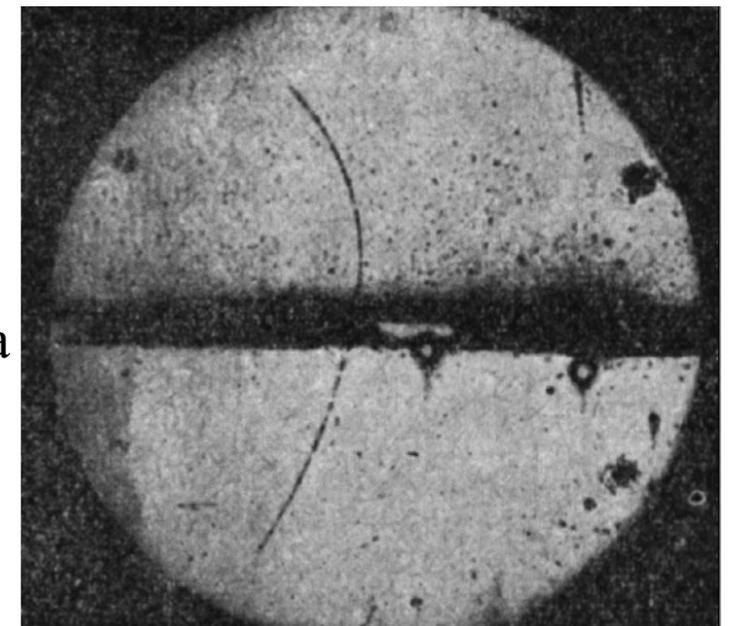
- i fotoni sono tutti uguali tra loro...come i numeri interi

- e sono particelle di massa = 0, perchè soddisfano la relazione:  $E^2 - P^2 = m^2 = 0$

# Campi e Particelle (continua)

- anche gli elettroni sono “tutti uguali” e li possiamo pensare come i quanti di un campo che ha sede in tutti i punti dello spazio e del tempo:  $\psi(x, t)$
- onde piane (teniamoci la possibilità di un campo complesso, con b diverso da a\*):
$$\psi \approx e^{ikx} [ae^{-i\omega t} + b^*e^{+i\omega t}]$$
- a : descrive il passaggio da n-> n-1 elettroni (*distrugge* un elettrone)
- ovvero  $E \rightarrow E - mc^2$ , ma anche  $Q \rightarrow Q + e$  (ricordiamo che convenzionalmente l'elettrone ha carica pari a -e)
- b\* deve aumentare l'energia:  $E \rightarrow E + mc^2$  (il segno dell'esponente è opposto) ma la carica elettrica deve variare come prima, perchè sia a che b\* sono componenti dello stesso campo e la carica elettrica è assolutamente conservata. Quindi:  $Q \rightarrow Q + e$
- allora b\* crea una particella con la stessa massa ed energia di un elettrone, ma carica +e: un positrone!!! Prima previsione teorica: Dirac 1928.

Foto di una camera a nebbia con una delle prime immagini di un positrone, C. D. Anderson, 1932. La particella si muove dal basso verso l'alto, come indicato dal fatto che la curvatura è inferiore nella parte alta della traiettoria, dovuto alla perdita di energia del positrone nell'attraversare la lastra di piombo, visibile in sezione a metà della camera. Da questa informazione si deduce che la carica della particella è positiva, mentre la massa è consistente con la massa di un elettrone. (da **Meccanica Quantistica Relativistica**, *O. Benhar, L. Maiani, Editori Riuniti*).



# 3. Antimateria

- Elettroni, protoni, neutroni, neutrini..sono i quanti di altrettanti campi che hanno sede nel vuoto.
- Per ogni particella che porta una carica conservata  $Q$  deve esistere un' **antiparticella** con uguale massa e spin e carica  $-Q$
- antiprotone (E. Segrè e coll.), antineutrone (O. Piccioni e coll.).
- antineutrino = neutrino (Majorana) ? ancora non sappiamo.
- un sistema particella-antiparticella ha carica  $Q_{\text{tot}}=Q+(-Q)=0$
- quindi si può trasformare in pura radiazione elettromagnetica o particelle neutre, o anche in particelle cariche, purchè sia  $Q_{\text{tot}}=0$ :

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma, \text{ etc.}$$

$$p + \bar{p} \rightarrow \pi^0 + \pi^0, \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \text{ etc.}$$

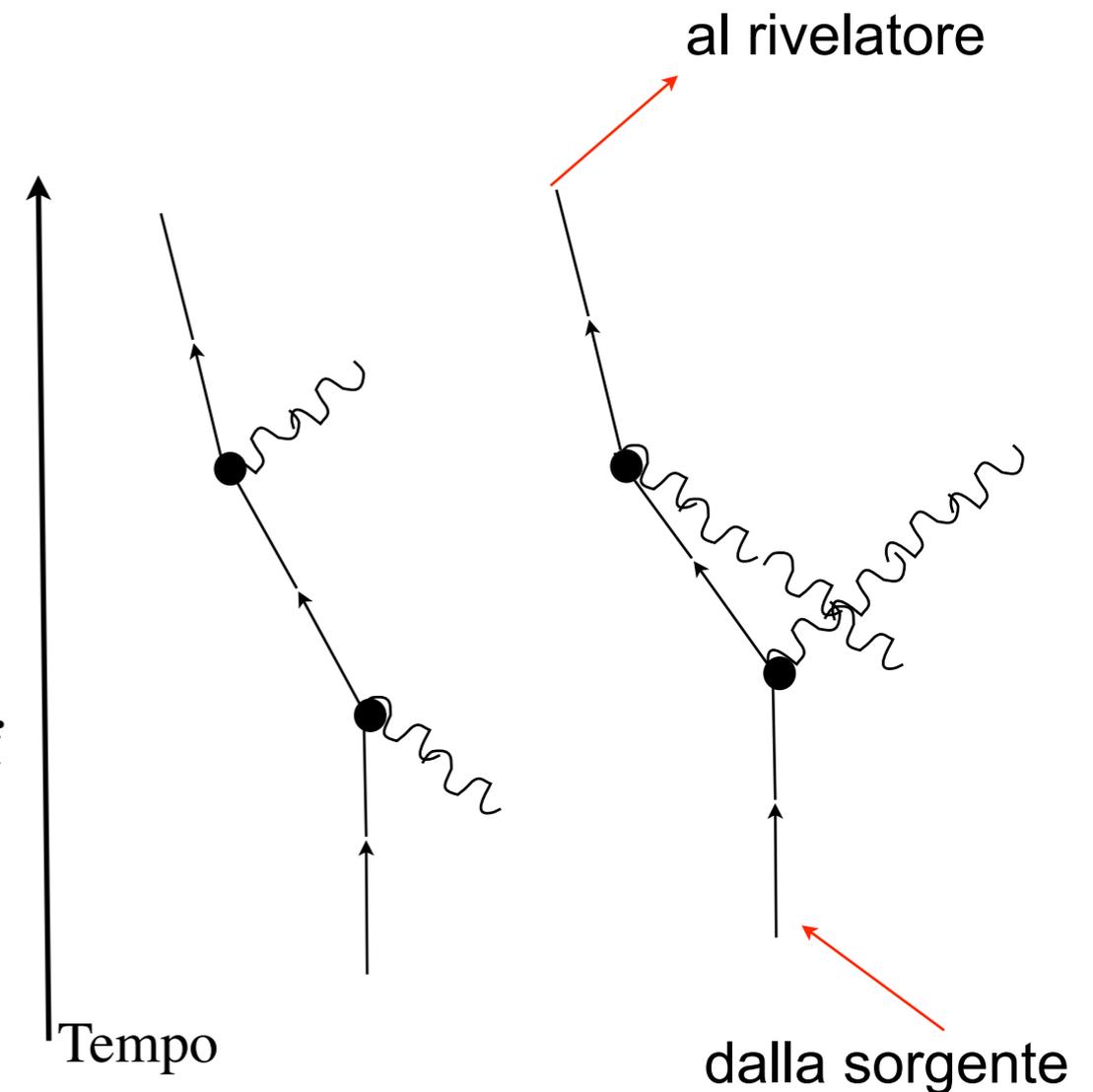
- sulla Terra, una antiparticella si annichila rapidamente con la sua antiparticella (elettrone, protone, neutrone)
- ***il nostro mondo è fatto di materia.***

lo sapete?

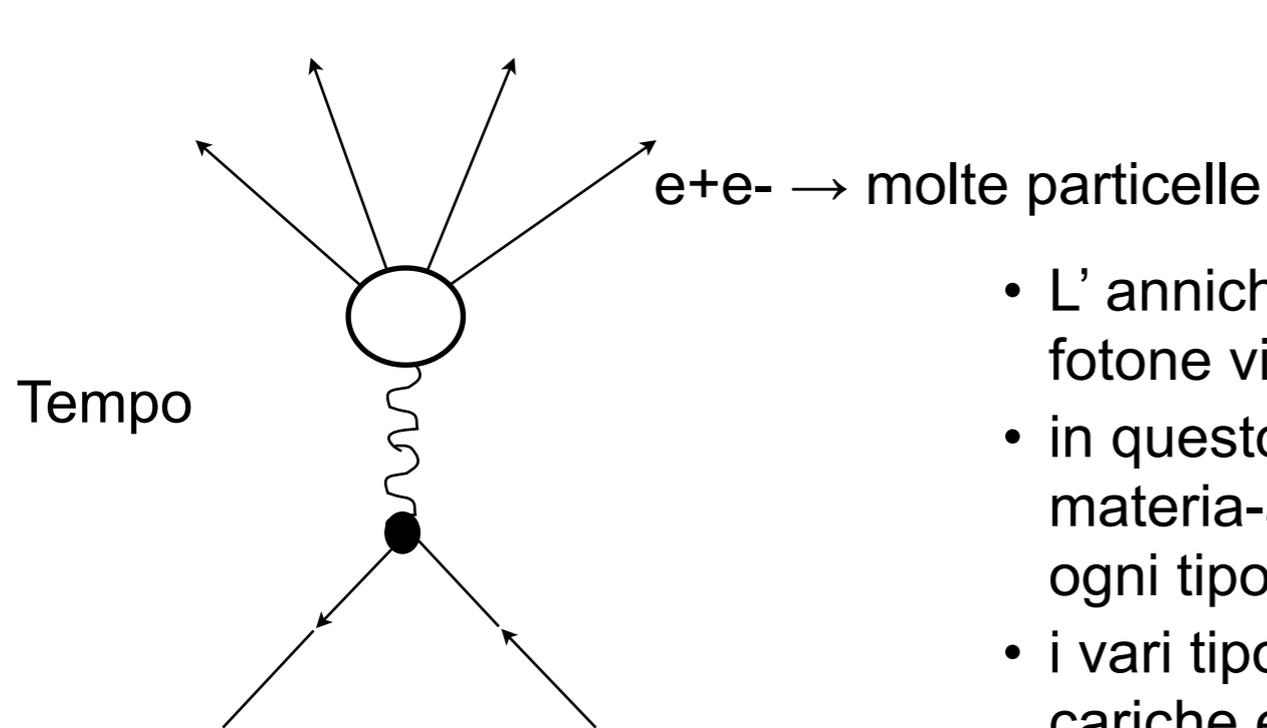
cos'è la "carica" del neutrone?

# 4. QED: teoria di fotoni ed elettroni

- Storie fatte di tre elementi:
  - propagazione dell' elettrone,
  - propagazione del fotone,
  - emissione/assorbimento di un fotone da parte di un elettrone (prop. alla carica elettrica dell' elettrone,  $e$ )
- Ogni storia ha un' ampiezza, l' ampiezza totale è la somma delle ampiezze sulle storie indistinguibili:
- $A = \sum_{storie} A_S$
- la somma include la somma sui punti dello spazio-tempo in cui si verificano l' assorbimento o l' emissione
- $Prob. = |A|^2$
- Le storie dell' effetto Compton: sono i *grafici di Feynman*
- I grafici danno le ampiezze ordinate in potenze di  $e$
- $N$  vertici = ampiezza di ordine  $e^N$ .



# Collisori

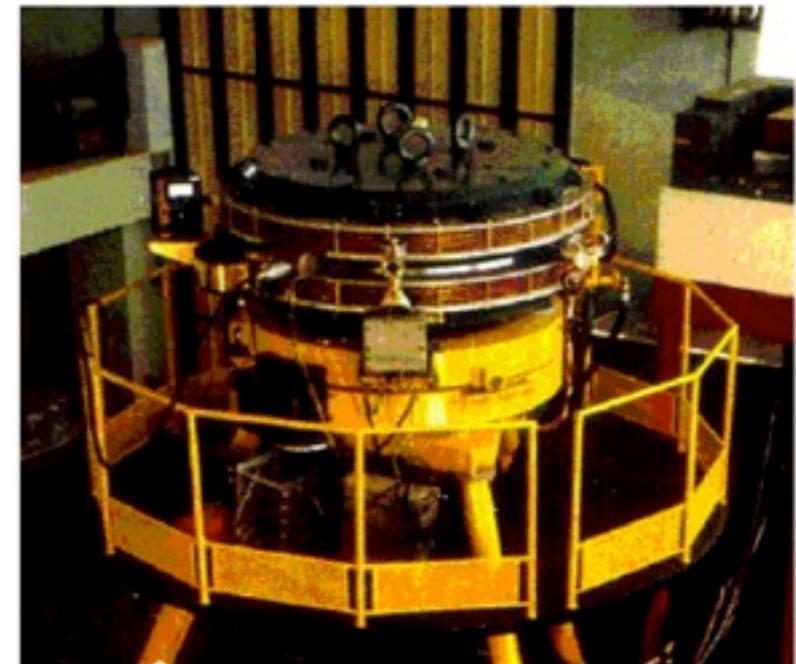


## Fotoni virtuali Time-like

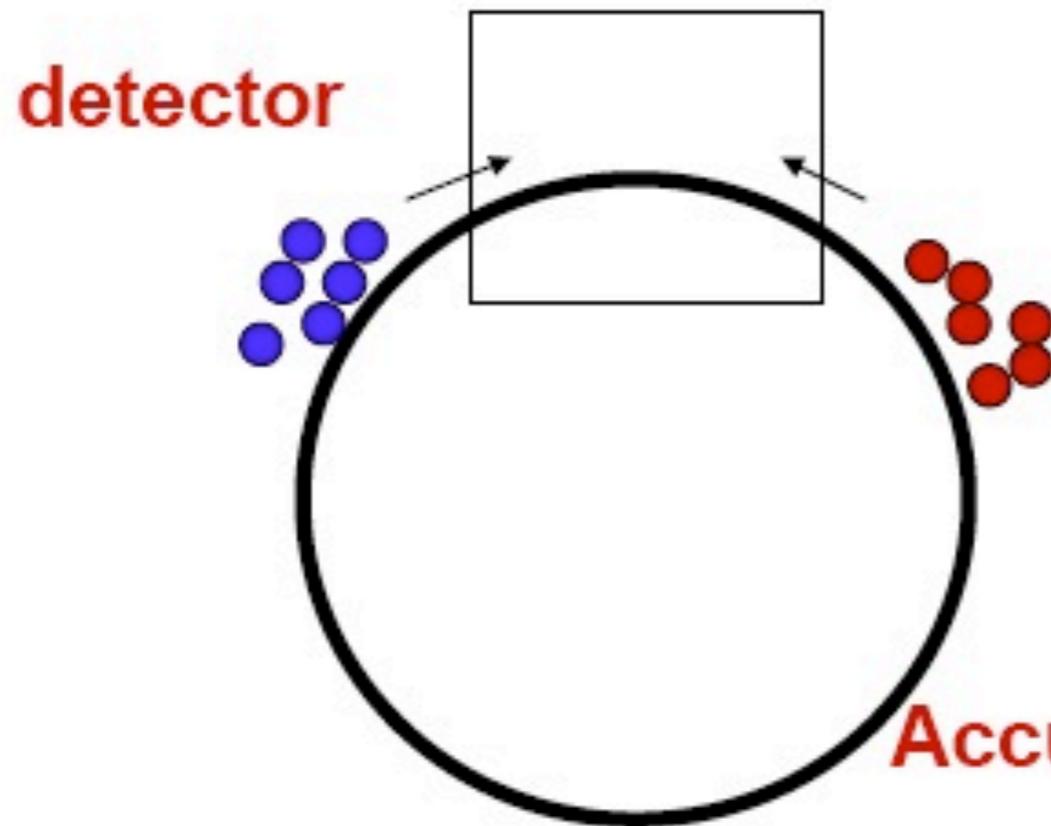
- L'annichilazione elettrone-positrone e' produce un fotone virtuale "time-like",  $q^2 > 0$
- in questo caso il fotone si puo' trasformare in coppie materia-antimateria  
ogni tipo di materia puo' essere creata in laboratorio
- i vari tipo di materia sono accoppiati al fotone con cariche elettriche simili: i collider possono informarci "democraticamente" sulle forme di materia esistenti

## *AdA at Frascati: history*

Il primo collisore elettrone-positrone e' stato realizzato da Bruno Touscheck e coll. a Frascati, nel 1962 (AdA= Anello di Accumulazione)



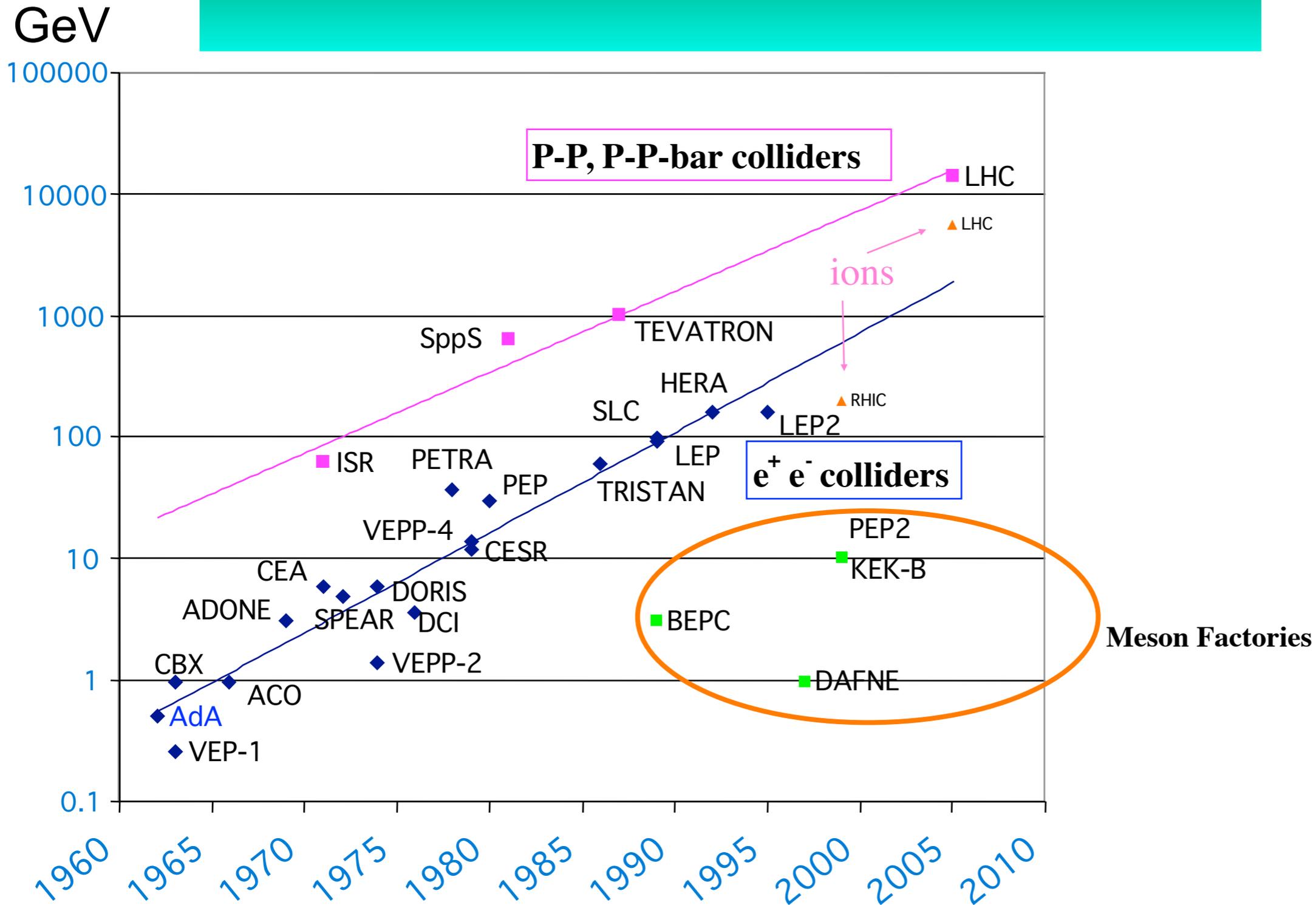
# Bruno Touscheck at Frascati:



*Bruno Touschek*

After escaping from a concentration camp during the Second World War, the Austrian-born Touschek began work in Göttingen and Glasgow, and eventually reached Rome in 1952. On 7 March 1960 he gave a historic seminar at Frascati that would change the face of physics. Pointing out the importance of carrying out a systematic study of electron-positron collisions, he suggested that this could be achieved by constructing a single magnetic ring in which electrons and positrons circulate at the same energy but in opposite directions. Soon afterwards, **the first electron-positron accumulation ring**, AdA, was built under his leadership in Frascati.

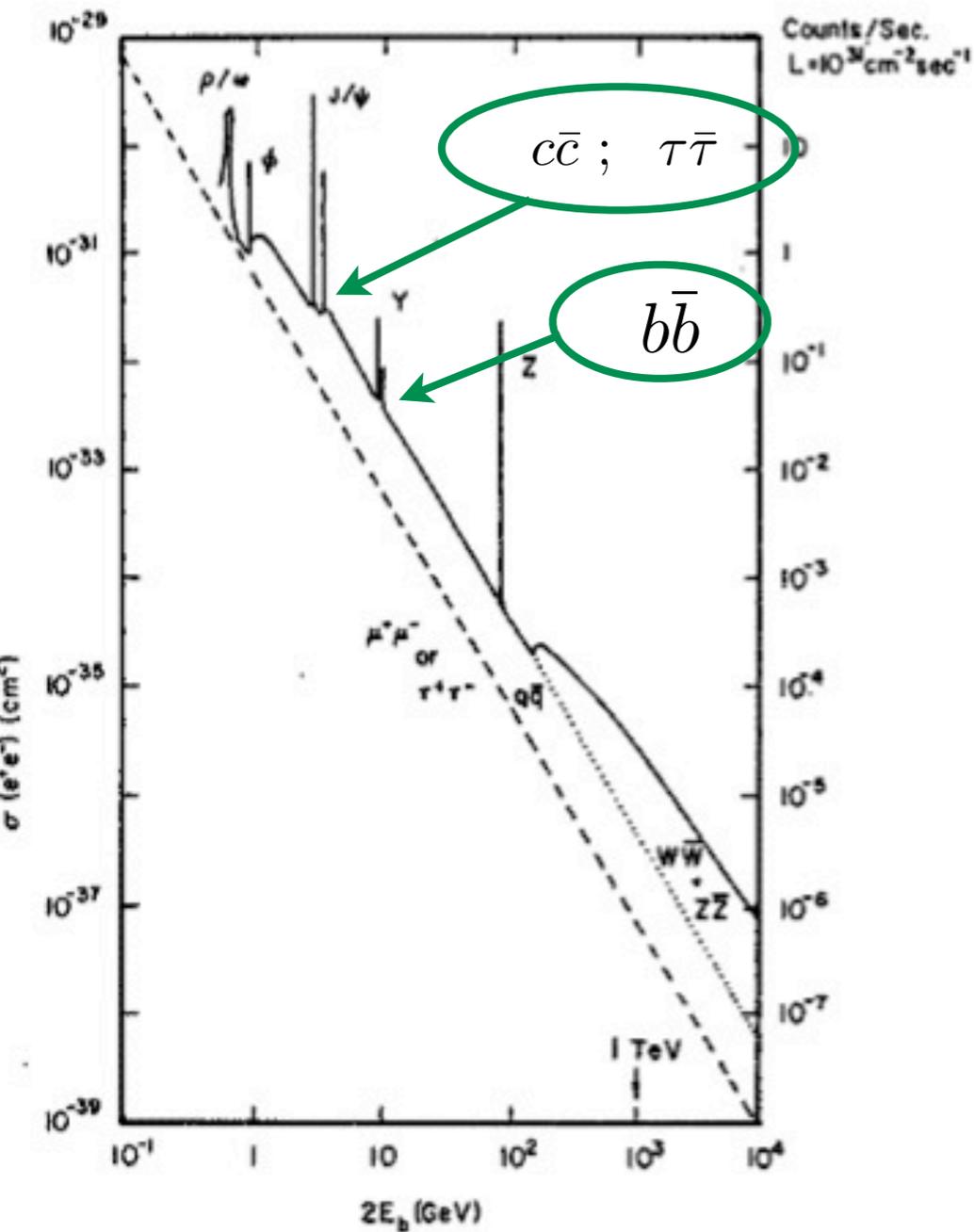
# Collider energies versus time



# 4. Quanti tipi di materia e radiazione ?

## Probabilità di annichilazione elettrone-positrone

G. Salvini and A. Silverman, *Physics with matter-antimatter colliders*



Una sonda universale per ogni forma di materia e radiazione

