

Bayes cognitivo



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

annarita.vestri@uniroma1.it

Probabilità a priori e a posteriori: come valutare il risultato un test diagnostico?

La probabilità che ognuno di noi assegna ad un evento dipende dalle informazioni a disposizione.

Raccogliere informazioni attendibili consente di rendere più precisa la stima della probabilità: ad esempio, di fronte a certi sintomi il medico stima (di solito in modo inconscio) la probabilità che il paziente abbia una certa patologia e poi prescrive un test diagnostico (esame del sangue, radiografia etc.) per “raffinare” la stima iniziale.

Si consideri che i test diagnostici sono fallibili, cioè non forniscono risultati sicuri, per cui anche dopo l'esito del test il medico assegna una probabilità che in genere è diversa sia da 0 che da 1.

La probabilità prima del test diagnostico viene detta *a priori*, mentre quella successiva viene detta *a posteriori*.

Come si passa dall'una all'altra?

Consideriamo una ipotetica malattia chiamata Stupidite che colpisce il 10% della popolazione (in termini medici questo 10% è detto *prevalenza*).

Prendiamo una persona a caso dalla popolazione.

Se non conosciamo l'esito del test diagnostico, la probabilità che abbia la malattia è detta a *probabilità a priori* e coincide con la prevalenza, in questo caso 10%.

Supponiamo di fare la diagnosi usando il test di laboratorio StupiTest.

Come tutti i test diagnostici, lo StupiTest è utile ma non è perfetto: infatti, il test viene positivo (cioè, indica presenza di malattia) nel 70% dei soggetti malati (*sensibilità del test*) e nel 20% dei soggetti sani (*percentuale di falsi positivi*).

Sappiamo che Tizio ha effettuato il test, ottenendo un esito positivo: qual è la probabilità che Tizio sia davvero affetto da Stupidite? Dobbiamo calcolare la probabilità a posteriori.

Prendiamo una persona a caso dalla popolazione.

Se sappiamo che ha effettuato il test ed è risultato positivo, la probabilità che abbia la malattia è detta a probabilità a posteriori.

Quanto vale la probabilità a posteriori?

In questa situazione ipotetica, siccome il test è risultato positivo, la probabilità a posteriori deve essere maggiore di quella a priori (10%). È forse uguale alla sensibilità del test (70%)?

La risposta si ottiene con la famosa formula di Bayes oppure con il metodo delle frequenze, cioè convertendo le probabilità in frequenze di una ipotetica popolazione – vediamo come si applica questo metodo.

- i soggetti malati sono il 10%;
- tra i malati, il test viene positivo nel 70% dei casi;
- tra i sani, il test viene positivo nel 20% dei casi.

Cosa ci aspettiamo sottoponendo al test 100 soggetti?

- 10 sono malati e 90 sono sani;
- tra i 10 malati, il test viene positivo a 7 soggetti;
- tra i 90 sani, il test viene positivo a 18 soggetti.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| m | m | m | m | m | m | m | m | m | m |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

Con questa impostazione la soluzione è semplice: infatti, il test viene positivo a 25 soggetti, di cui 7 malati e 18 sani, quindi se prendiamo un soggetto a caso tra i 25 che hanno effettuato il test con risultato positivo, la probabilità che sia malato è $7/25 = 28\%$ – questa è la probabilità a posteriori, un valore intermedio tra la probabilità a priori (10%) e la sensibilità del test (70%).

Valore predittivo positivo

quale è la probabilità che la malattia sia presente se il risultato del test è positivo?

| test | Malattia presente | Malattia assente | totale |
|--------------------|-------------------|------------------|--------|
| Risultato positivo | VP | FP | T+ |
| Risultato negativo | FN | VN | T- |
| totale | M+ | M- | N |

Il valore predittivo di un esito positivo al test VPP è la probabilità della presenza della malattia in un soggetto con esito positivo:

$$\mathbf{VPP = VP/(VP+FP)}$$

Valore predittivo negativo

quale è la probabilità che la malattia sia assente se il risultato del test è negativo?

| test | Malattia presente | Malattia assente | totale |
|--------------------|-------------------|------------------|--------|
| Risultato positivo | VP | FP | T+ |
| Risultato negativo | FN | VN | T- |
| totale | M+ | M- | N |

Il valore predittivo di un esito negativo al test VPN è la probabilità della assenza della malattia in un soggetto con esito negativo:

$$VPN = VN/(VN+FN)$$

Probabilità pre- e post- Test

Prevalenza di malattia = probabilità pre test

Probabilità che un individuo estratto a caso dalla popolazione oggetto di studio sia malato

Valore predittivo = probabilità post test

Probabilità che un soggetto risultato positivo al test sia realmente malato

esempio

Come ottenete che la probabilità pre-test sia del 40-60%

Mistero (arte della medicina)

Problema diagnostico di assistenza primaria e di medicina interna: paziente ambulatoriale con dolore toracico episodico

esempio

Hp: ecg da sforzo se positivo suggerisce coronaropatia (si sottopone il pz a coronarografia e by pass aorto-coronarico)

Se negativo rassicuriamo il pz e ci indirizziamo verso altre hp

esempio

- Dati ECG da sforzo validato vs coronarografia soglia sottoslivellamento del tratto ST di 1 mm
- Se=60%
- Sp=91%

Pz A Uomo 55 anni, lievemente iperteso, con una storia di 4 settimane di dolore oppressivo retrosternale che si irradia al collo, alla mascella inferiore e lungo il lato interno del braccio sn.

Questo dolore aumenta salendo le scale o camminando in salita e scompare dopo 3-5 min di riposo.

Ha avuto un leggero episodio mentre si spogliava per l'esame e poiché il suo dolore stava diminuendo, vi sembra di aver ascoltato un ritmo di galoppo decidete che

Ha la classica angina da sforzo e fate un ECG da sforzo per stabilire la diagnosi

Pz B: uomo 35 anni, sano senza fattori di rischio coronarico.

Ha sofferto di bruciore di stomaco per anni e ora riferisce una storia di 6 settimane di dolore costrittivo non da sforzo, dietro la parte basale dello sterno ed all'epigastrio, che generalmente si irradia direttamente alla schiena.

Il dolore compare più facilmente quando si mette disteso dopo un pasto pesante. Il resto dell'anamnesi e dell'esame obiettivo sono negativi.

Ritenete che il suo dolore sia dovuto a spasmo esofageo, ma giudicate che un ECG da sforzo escluderà una coronaropatia eliminando i dubbi vostri e del pz

pzc uomo 45 anni con anamnesi negativa e nessun fattore di rischio coronarico, salvo l'abitudine di fumare un pacchetto di sigarette al giorno.

Riferisce una storia di 3 settimane di dolore precordiale e retrosternale, passeggero e pungente, che a volte gli provoca una sensazione di peso al torace, non necessariamente legato ad uno sforzo.

Durante l'esame fisico scoprite un'unica articolazione condrocostale leggermente dolorabile, che però sotto pressione non riproduce il dolore del pz.

Conclusione: si tratta di una angina atipica e vi chiedete se un un ECG da sforzo si rivelerebbe utile.

Pz A prob pre test= 90%

| | coronaropatia si | coronaropatia no | totale | valori pred |
|--------------|------------------|------------------|--------|-------------|
| ecg positivo | 540 | 9 | 549 | 0,98 |
| ecg negativo | 360 | 91 | 451 | 0,20 |
| totale | 900 | 100 | 1000 | |

Non ha bisogno dell'ECG sapevamo che il pz aveva una coronaropatia significativa prima del test. Probabilmente dovremo sottoporlo a coronarografia (e by pass)

Pz B prob pre test= 5%

| | coronaropatia si | coronaropatia no | totale | valori pred |
|--------------|------------------|------------------|--------|-------------|
| ecg positivo | 30 | 86 | 116 | 0,26 |
| ecg negativo | 20 | 864 | 884 | 0,98 |
| totale | 50 | 950 | 1000 | |

Non ha bisogno dell'ECG la sua probabilità pre test è bassa
Neanche il risultato positivo del test altererà in modo rilevante questa
probabilità

Pz C prob pre test= 50%

| | coronaropatia si | coronaropatia no | totale | valori pred |
|--------------|------------------|------------------|--------|-------------|
| ecg positivo | 300 | 45 | 345 | 0,87 |
| ecg negativo | 200 | 455 | 655 | 0,69 |
| totale | 500 | 500 | 1000 | |

Pz C può trarre beneficio da un ECG sotto sforzo, se positivo la sua probabilità aumenta di 37 punti.

Se ECG è negativo la sua probabilità post test di stenosi coronarica si abbassa di 19 punti, scende da 50% a 31%