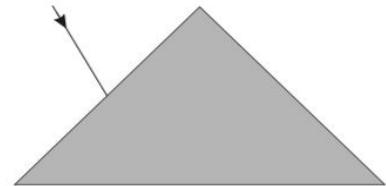




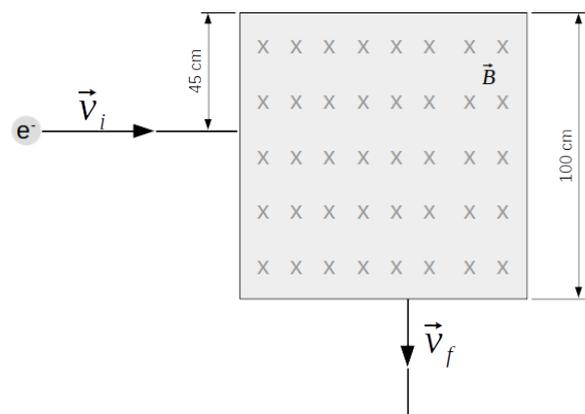
- 1) Per separare delle nanosfere in materiale plastico dall'acqua nella quale sono immerse si usa una centrifuga che ruota a 6000 giri al minuto, con asse di rotazione parallelo al vettore \vec{g} . La centrifuga ha un raggio di 13.5 cm. Le nanosfere hanno diametro di 375 nm e densità di 1.19 g cm^{-3} .
- Calcolare il rapporto tra la forza centrifuga e il peso delle nanosfere quando queste si trovano a contatto con il bordo dell'apparecchio.
 - Calcolare il lavoro fatto dalla forza centrifuga per portare una nanosfera dal centro al bordo.

- 2) Un raggio di luce incide sulla faccia di un prisma di vetro, la cui base ha la forma di un triangolo rettangolo isoscele, formando un angolo di 15 gradi con la normale alla superficie, come nella figura a lato. L'indice di rifrazione del prisma è 1,75.



Da quale faccia esce la luce e con che angolo rispetto alla normale?

- 3) In una regione a sezione quadrata avente lato $L = 1 \text{ m}$ e' presente un campo magnetico uniforme di modulo $|\vec{B}| = 10 \text{ G}$. Un elettrone entra nella regione contenente il campo magnetico con una certa velocità iniziale, \vec{v}_i , incidendo ortogonalmente, come mostrato in diagramma, e ne esce con traiettoria ortogonale a quella entrante.



- Indicare se il campo magnetico in diagramma e' entrante o uscente dal piano. Motivare brevemente la risposta.
- Calcolare il valore in modulo della velocità iniziale che l'elettrone deve possedere, affinché possa uscire dal campo magnetico con traiettoria come mostrata in diagramma.

[Carica elementare: $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$. Massa elettrone: $m_e = 9.109 \times 10^{-27} \text{ g}$. $1 \text{ T} = 10000 \text{ Gs}$]



Soluzioni

1.

- a. La forza peso che agisce sulle nanosfere è mg , dove m è la loro massa che, a sua volta, non è altro che $m = \rho V$ essendo ρ la densità delle sfere e $V = 4/3\pi r^3$ il loro volume, avendo indicato con r il loro raggio. La forza centrifuga, invece, è

$$F_c = ma_c = m\omega^2 R$$

Il rapporto tra le due forze è quindi

$$x = \omega^2 \frac{R}{g}$$

Poiché la centrifuga fa 6000 giri al minuto, ne fa $6000/60 = 100$ al secondo. Un giro corrisponde a 2π radianti, quindi la velocità angolare della centrifuga è

$$\omega = 2\pi \times 100$$

e quindi

$$x = \omega^2 \frac{R}{g} = (2\pi \times 100)^2 \frac{0,135}{9,81} \approx 5433$$

- b. Il lavoro è dato dal prodotto scalare della forza per lo spostamento che in questo caso sono concordi quindi

$$dL = F_a dx = m\omega^2 x dx$$

dove x rappresenta la coordinata raggiunta dalla nanosfera. Integrando lungo il raggio si trova il lavoro totale

$$L = m\omega^2 \frac{R^2}{2} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \omega^2 \frac{R^2}{2} = 8,72 \cdot 10^{-13} J$$

Per calcolare correttamente questo lavoro è necessario convertire tutti i dati in unità SI. In particolare la densità che è data in g cm^{-3} , va trasformata in kg/m^3 .



2. Il raggio di luce si avvicina alla normale alla superficie quindi incide sulla superficie in basso. Poiché l'indice di rifrazione in aria vale 1 abbiamo che

$$\sin \theta = n \sin \alpha$$

Avendo indicato con $\theta=15^\circ$ e con α l'angolo di rifrazione. Calcoliamo

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{n} \right) = 8.5^\circ$$

Poiché la base del prisma è un triangolo isoscele, gli angoli alla base sono di 45 gradi. Ne segue che l'angolo formato tra il raggio rifratto e la faccia del prisma da cui entra la luce è $90-\alpha$ e quello tra il raggio rifratto e la faccia inferiore del prisma è di $180-(90-\alpha)-45=45+\alpha$. Di conseguenza l'angolo d'incidenza della luce sulla faccia inferiore vale $90-(45+\alpha)=45-\alpha$. In questo caso la Legge di Snell si scrive

$$n \sin (45 - \alpha) = \sin \beta$$

da cui si ricava che il seno di β dovrebbe essere 1,04. Questo non è possibile e in questi casi si verifica il fenomeno della riflessione totale. La luce, quindi, è riflessa dalla faccia inferiore del prisma e si dirige verso la faccia a destra da cui esce. In effetti su questa faccia la luce incide con lo stesso angolo α e dunque esce dalla faccia formando con questa lo stesso angolo che formava in ingresso.

L'angolo di uscita dunque vale 15° .



3.

- a) La forza agente sulla particella e' $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$. Affinché la traiettoria venga deviata verso il basso del diagramma, la forza iniziale deve essere rivolta verso il basso. Quindi, essendo $q = -e < 0$ C, bisogna che il vettore campo magnetico abbia verso entrante nel piano del diagramma.
- b) Il moto e' circolare uniforme con accelerazione

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{e}{m_e} |\vec{v}| |\vec{B}|$$

Affinche' la particella esca come in diagramma, deve percorrere un quarto di circonferenza dentro il campo. Quindi il raggio della traiettoria e'

$$R = 1\text{m} - 0.45\text{m} = 0.55\text{m}$$

La velocita' e' costante in modulo, quindi

$$|\vec{v}| = \frac{e}{m_e} R |\vec{B}| = \frac{1.602 \times 10^{-19} \text{ C}}{9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}} \times (1000 \text{ m} - 450\text{m}) \times 0.001 \text{ T} \approx 0.32 \text{ c} \approx 96739174 \text{ m/s} = 96739 \text{ km/s}$$