Dinamica dei fluidi (FMUV 10.7)

Descrizione euleriana: descrizione del campo delle velocità in funzione della posizione nello spazio e del tempo

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$$

Se il fluido si muove, in ogni posizione si troveranno particelle di fluido sempre diverse.

Per determinare sperimentalmente la descrizione euleriana, si dovrà disporre di un certo numero di strumenti posizionati nel volume del fluido, atti a determinare la velocità di quelle particelle che, nell'instante t, si troveranno a passare in prossimità della posizione (x,y,z)

Se nella descizione euleriana le velocità non dipendono esplicitamente dal tempo, il moto si dice stazionario.

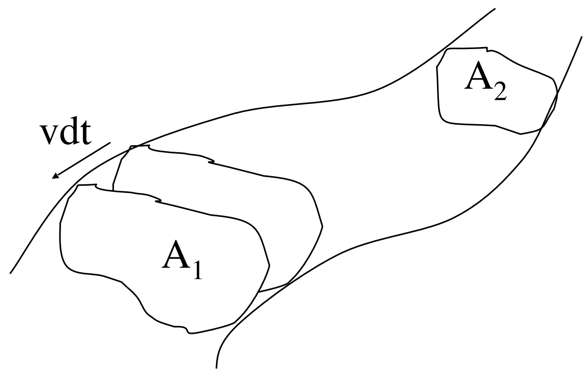
Linea di flusso: curva geometrica tangente in ogni punto alla velocità: nel moto stazionario le linee di flusso non si modificano col passare del tempo.

Le linee di flusso non possono intersecarsi.

Se consideriamo una qualunque linea chiusa all'interno di un fluido, l'insieme delle linee di flusso passanti per essa costituisce un tubo di flusso:

nessuna particella può mai passare dall'interno all'esterno di un tubo di flusso e viceversa (si violerebbe la precedente proprietà sull'intersezione)

Equazione di continuità (FMUV 10.8)



Consideriamo un fluido in moto stazionario e in esso due sezioni di un tubo di flusso.

Nel tempo dt, attraverso ciascuna sezione passerà la stessa quantità di massa di fluido, per cui, esprimendo le due masse come

$$dm_1 = \rho_1 dV_1 = \rho_1 A_1 v_1 dt \quad \text{e} \quad dm_2 = \rho_2 dV_2 = \rho_2 A_2 v_2 dt$$

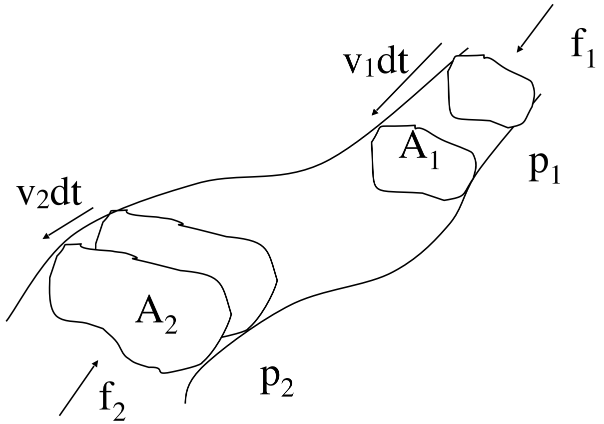
si ottiene $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$ e per fluidi incompressibili $A_1 v_1 = A_2 v_2$.

Queste equazione prende il nome di equazione di continuità, e la quantità Av (volume per unità di tempo) è detta portata.

Un esempio si ha nell'aumento della gittata dell'acqua che fuoriesce da un tubo (fisico) per un restringimento del foro di uscita.

Teorema di Bernoulli (FMUV 10.9)

Il teorema consiste nell'applicazione della conservazione dell'energia ad un tubo di flusso in un liquido incompressibile.



In un tempo dt, il lavoro delle forze di pressione sarà

$$\delta L_p = p_1 A_1 v_1 dt - p_2 A_2 v_2 dt = (p_1 - p_2)\frac{dm}{\rho}$$

e il lavoro delle forze di volume

$$\delta L_V = dmg(h_1 - h_2)$$

Eguagliando la somma dei lavori delle forze esterne alla variazione di energia cinetica si ha:

$$\delta L_p + \delta L_g = dK = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow \quad (p_1 - p_2)\frac{dm}{\rho} + dmg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}dm(v_2^2 - v_1^2)$$

ossia

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + gh = \text{costante} \quad \text{o} \quad \frac{p}{g\rho} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{costante}$$

due forme alternative del teorema di Bernoulli.

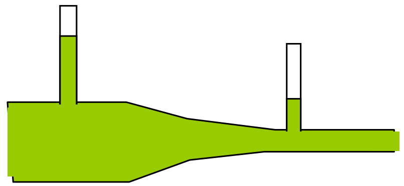
Conseguenze del teorema di Bernoulli (FMUV 10.9.1-.2)

$\frac{p}{g\rho}+\frac{v^2}{2g}+h=\text{costante}$: Il teorema è espresso in termini di tre altezze:

- altezza piezometrica: l'altezza che deve avere una colonna di fluido perché la pressione alla sua base sia p
- altezza cinetica: l'altezza da cui deve cadere il fluido per avere velocità v
- quota

A parità di quota, ad un aumento di velocità corrisponde una diminuzione di pressione

- Tubo di Venturi, strumento per la misura della velocità di un fluido



- Tubo di Pitot

- Effetto (o paradosso di) Venturi