Secondo principio (FMUV 4.8)

Quando il corpo risente delle azioni dei corpi vicini, ossia non è isolato, ma è sottoposto a forze, allora $a \neq 0$ in un riferimento inerziale, e vale la legge che costituisce il secondo principio della dinamica, $\vec{F} = m\vec{a}$ dove $\vec{F}$ rappresenta la risultante, ossia la somma vettoriale, delle forze che agiscono sul corpo $\vec{F}(t) = \Sigma_i \vec{f}_i(t) = m\vec{a}(t)$

e m è una proprietà del punto materiale, la massa inerziale.

L'equazione $\vec{F} = m\vec{a}$ non è una identità:

- applicazione di campioni uguali di forze (p.es. una molla compressa e poi rilasciata) a masse diverse
- in molti casi le forze sono presenti indipendentemente dal fatto che ci siano masse da accelerare (campo, es. gravità o campo elettrico, onde elettromagnetiche, onde gravitazionali ...)

dimensioni: $[f] = [mlt^{-2}]$

La forza si misura in newton: $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg\ m\ s^{-2}}$, che è quindi la forza che applicata alla massa di $1\ \mathrm{kg}$ le imprime un'accelerazione di 1 $\mathrm{m/s^2}$

massa inerziale e massa gravitazionale (FMUV 4.9)

Possiamo dare una definizione operativa di massa inerziale, avendo definito il campione di massa?

Se applichiamo la stessa forza f ad una massa incognita ed alla massa campione, deve essere

$$f = m_c a_c = m_x a_x \quad \Rightarrow \quad m_x = \frac{a_c}{a_x} m_c$$

Abbiamo detto che un possibile campione di forza è la forza peso.

Si può usare la forza peso per la definizione di massa?

Che cos'è il peso? E' l'effetto sulla superficie terrestre della legge di gravitazione universale (o prima legge di Newton), che dice che due corpi si attraggono con una forza proporzionale al prodotto dei valori di una loro proprietà, detta massa gravitazionale, secondo la formula:

$$\vec{f}_G = -G \frac{M_1 M_2}{r^2} \hat{r}$$

dove G dipenderà dal campione di massa gravitazionale. Sulla superficie terrestre abbiamo

$$\overrightarrow{P} = \vec{f}_G = -G \frac{M_T M}{r_T^2} \hat{r} = -G \frac{M_T}{r_T^2} \hat{r} M$$

Principio di equivalenza

Come dimostrato sperimentalmente da Galileo, in prossimità della superficie terrestre i corpi cadono tutti con la stessa accelerazione verticale $\vec{g}$ il cui modulo vale $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$.

Applicando la legge alla forza peso, possiamo allora scrivere:

$$\vec{P} = -G\frac{M_T}{r_T^2}\hat{r}M = \vec{g}\,m$$

La massa gravitazionale è quindi proporzionale alla massa inerziale.

Se poniamo per i moduli

$$G = g\left(\frac{M_T}{r_T^2}\right)^{-1}$$

risulta $M = m$, ossia la massa gravitazionale viene a coincidere con la massa inerziale. Nella relatività generale, questa uguaglianza prende il nome di principio di equivalenza, da cui discende l'universalità delle accelerazioni dei corpi in caduta libera.

Si può usare lo stesso campione per massa inerziale e gravitazionale.

Misure di peso, massa gravitazionale e massa inerziale (dinamometro, bilancia a bracci uguali, rapporto tra accelerazioni)

Principio di azione e reazione (FMUV 4.10)

Se un corpo 1 agisce su un corpo 2 con una forza f_{12}, il secondo corpo (re)agisce sempre sul primo con una forza $f_{21} = - f_{12}$ che agisce lungo la stessa retta di azione.

(formulazione newtoniana del III principio, che per esempio nella legge di gravitazione di Newton implica una azione istantanea a distanza)

NB: le due forze che entrano nel III principio agiscono sempre su due corpi diversi.

Principio di azione e reazione (FMUV 4.10)

- La Terra attrae il Sole con una forza uguale ed opposta a quella con cui il Sole attrae la Terra (III principio);

  la Terra è accelerata, perché la forza che agisce su di essa è diversa da zero. (II principio)
- La forza esercitata da una massa appoggiata sul tavolo genera una reazione uguale ed opposta (reazione vincolare) del tavolo sulla massa (III principio);

  la massa è ferma perchè la forza totale che agisce su di essa è nulla (II principio)
- Se appendo una massa ad una molla, la massa inizialmente scende per effetto del peso che agisce sulla massa (II principio);

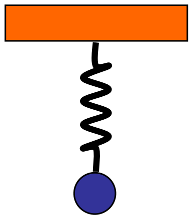
  la forza applicata dalla massa alla molla genera una deformazione, e la molla reagisce sulla massa con una forza uguale ed opposta (III principio);

  quando la forza dovuta alla deformazione è uguale alla forza peso, la massa non è più accelerata e può rimanere ferma (II principio);

  se la massa della molla è trascurabile, la forza esercitata su di essa dalla massa deve essere compensata dalla forza esercitata sulla molla dal sostegno a cui è appesa, e quindi una forza uguale ed opposta a quella con cui la molla trattiene la massa è applicata dalla molla al sostegno.

Secondo o terzo principio?

assumiamo positiva la direzione verso il basso



$f_{molla\text{-}punto}$

mg

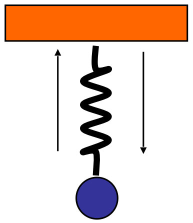
$$\vec{f}_{molla\text{-}punto} = -\,m\vec{g}$$

II o III principio?

$f_{punto\text{-}molla}$

$$\vec{f}_{punto\text{-}molla} = m\vec{g}$$

II o III principio?



Quale delle due frecce rappresenta
la forza della parete sulla molla
e quale la forza della molla sul soffitto ?

II o III principio?

$f_{soffitto\text{-}molla} = -\,f_{molla\text{-}soffitto} = ?$

quale principio? applicato a chi?

Se ritenete che tutta questa analisi sia inutile perché alla fine la forza è sempre mg, provate a ripeterla nel caso in cui la massa della molla non sia trascurabile.

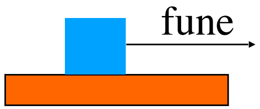


Diagramma delle forze per il punto

$f_{attrito}$ f_{fune}

R_v mg

R_v=-mg ?
perché?

se v costante $f_{fune} = -\,f_{attrito}$ perché?

$R_v = -\,mg;\quad f_f = -\,f_a$ sono analoghe?

Impulso e quantità di moto (FMUV 4.11)

Se introduciamo la quantità di moto $\overrightarrow{q} = m\overrightarrow{v}$, la legge di Newton si può scrivere

$$\vec{f} = m\overrightarrow{a} = m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{q}}{dt}$$

mentre il principio di inerzia si può esprimere dicendo che la quantità di moto di un punto materiale isolato in un riferimento inerziale si conserva.

Questo enunciato rappresenta in realtà una generalizzazione, sperimentalmente verificata, nel caso di massa variabile:

$$\vec{f} = \frac{d\overrightarrow{q}}{dt} = m\frac{d\overrightarrow{v}}{dt} + \frac{dm}{dt}\overrightarrow{v}$$

Introduciamo anche l'impulso di una forza

$$\overrightarrow{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{f}dt = \hat{i}\int_{t_1}^{t_2} f_x dt + \hat{j}\int_{t_1}^{t_2} f_y dt + \hat{k}\int_{t_1}^{t_2} f_z dt$$

Teorema dell'impulso (o della quantità di moto)

Considerando la risultante di tutte le forze che agiscono su un punto materiale, dalle definizioni di impulso e quantità di moto si ricava il teorema dell'impulso (o della quantità di moto)

$$d\vec{q} = \vec{f}dt \quad \Rightarrow \quad \vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{f}dt = \int_{t_1}^{t_2} d\vec{q} = \vec{q}_2 - \vec{q}_1 = \Delta\vec{q}$$

ossia l'impulso della risultante delle forze che agiscono su un punto materiale in un dato intervallo di tempo è uguale alla variazione della quantità di moto del punto nello stesso intervallo.

Come semplice applicazione del teorema dell'impulso, consideriamo il rimbalzo su una superficie di due palline della stessa massa ma di materiali diversi, p. es. gomma e acciaio.

Rimbalzando, entrambe le palline invertono $\vec{q}$ e scambiano quindi lo stesso impulso con la superficie.

Il contatto però sarà più breve per la pallina di acciaio. La massima forza istantanea esercitata dalla superficie sulla pallina di acciaio sarà quindi maggiore, e così la forza uguale e contraria esercitata dalla pallina sulla superficie. La pallina di acciaio può quindi danneggiare più facilmente la superficie.