

Appunti di Istituzioni di Fisica Applicata

Dalle lezioni del prof. Riccardo Faccini

1 febbraio 2021

Collaboratori

Indice

Appunti di Istituzioni di Fisica Applicata	2
Indice	6
1 Introduzione ed esempi di applicazioni	1
1.1 Diagnostica	1
1.2 Radioterapia	2
1.3 Teragnostica	2
1.4 Beni Culturali - Ion Beam Analysis (IBA)	2
1.5 Datazione con il Carbonio 14	3
1.6 Neutroni	3
2 Unità Naturali	5
2.1 Cinematica e Dinamica Relativistica	6
2.1.1 Esempi ed Applicazioni	6
3 Interazioni tra Radiazione e Materia	9
3.1 Interazioni Ioni-Materia	9
3.2 Bethe-Bloch	11
3.3 Stopping Power e Linear Energy Transfer (LET)	13
3.4 Scattering Multiplo - Ioni-Nuclei	14
3.5 Interazioni Elettroni-Materia	16
3.5.1 Terapie a elettroni	18
3.5.2 Diagnostica e elettroni	19
3.6 Interazioni Fotoni-Materia	20
3.6.1 Effetto Fotoelettrico	21
3.6.2 Effetto Compton	22
3.6.3 Produzione di Coppie	23
3.7 Interazioni Positroni-Materia	24
4 Decadimenti Nucleari	25
4.1 Il Nucleo Atomico	25
4.2 Grandezze Importanti	28
4.3 Decadimenti alpha	29
4.4 Fissione Spontanea	30
4.5 Decadimenti Beta	30
4.6 Emissione gamma	33
4.7 Equilibrio Secolare	33

5	Reazioni Nucleari	35
5.1	Produzione di Radioisotopi	37
5.2	Frammentazione	39
5.3	Attivazione Neutronica	40
6	Dosimetria	41
6.1	Dose assorbita e LET	42
6.2	Danni causati dalla ionizzazione	43
6.3	Efficacia biologica Relativa	44
6.4	Ossigenazione Cellulare	46
6.5	Esposizione	46
6.6	Altre Grandezze di Dosimetria	47
6.7	Strumenti di Dosimetria	48
7	Fisica dei Neutroni	51
7.1	Sorgenti di Neutroni	51
7.1.1	Fissione Nucleare	51
7.1.2	Fusione Nucleare	53
7.1.3	Accelerator Driven Neutron Production	53
7.2	Rilevazione di Neutroni	54
7.2.1	Rivelazione di neutroni lenti	54
7.2.2	Rivelazione di neutroni veloci	55
7.3	Utilizzo dei Neutroni	56
	Bibliografia	60
	Elenco delle figure	62
	Elenco delle tabelle	63

Capitolo 1

Introduzione ed esempi di applicazioni

Le applicazioni della fisica delle particelle elementari si basano sull'introduzione di radiazione o materiale radiattivo nell'oggetto in studio. In particolare, nel caso medico, l'oggetto in esame è il paziente e la radiazione può uscire da esso (diagnostica), o interagire al suo interno per fini terapeutici (radioterapia). Verranno considerate radiazioni di tipo β^- e α , che comportano un rilascio di energia locale, radiazioni di tipo β^+ in cui il positrone creato riemette energia sottoforma di fotoni, e radiazione puramente elettromagnetica.

Per un'introduzione approfondita alla fisica medica e alla fisica nucleare consultare nella bibliografia le fonti [RP06] [Bai+], [Cla], [Corc], [Ber].

Si riporta qui una vetrina di possibili applicazioni della fisica della radiazione che saranno utilizzate nel seguito per esemplificare gli argomenti di fisica che si andranno a studiare.

1.1 Diagnostica

La diagnostica può essere *morfologica* se dà informazioni sulla morfologia del corpo (densità, presenza di masse anomale). Esempi sono la CT e la radiografia 2D, che usano i raggi X. Oppure può essere *funzionale* se dà anche informazioni di tipo metabolico. Esempi sono PET e SPECT, che usano decadimenti β^+ che portano a produzione di coppie di fotoni. La diagnostica funzionale si basa sulla somministrazione di radiofarmaci, ovvero sostanze che vengono assorbite dall'organo di interesse per *metabolismo* o *recettorialità*. Si parla di assorbimento tramite metabolismo quando vengono sfruttate proprietà fisiche dell'organo in esame, come la presenza di membrane che possono essere superate solo da sostanze di dimensioni ridotte. L'assorbimento tramite recettorialità invece si basa sulle proprietà chimiche dei recettori presenti nelle membrane dei tessuti di interesse. Radiofarmaci specifici, infatti, possono simulare le caratteristiche chimiche di uno specifico ligando, reagendo al suo posto con i recettori nelle membrane cellulari dei tessuti dell'organo in esame, mantenendo così la sostanza radioattiva in vicinanza delle cellule che si vogliono esaminare.

Esempi pratici:

- Single Photon Emission Computed Tomography (SPECT). Fa utilizzo di ^{131}I o ^{99m}Tc . Ad esempio il Tecnezio viene rapidamente smaltito nei reni. Una volta lì esso emette raggi γ di 140keV di energia. Con una tecnica chiamata tomografia è possibile dedurre la posizione e ricostruire il metabolismo dei reni.

- Positron Emission Tomography (PET). Tipicamente fa uso di ^{18}F legato a molecole di zucchero che vengono assorbite dal cervello e da tumori sia primari che metastatici. Permette anche di determinare lo stadio del tumore, e nel particolare se durante la terapia il tumore sta recedendo o meno. Il funzionamento della PET si basa sul fatto che l'isotopo del Fluoro ^{18}F decade $\beta+$. I positroni che vengono emessi da tale processo, interagendo con gli elettroni nelle vicinanze, possono o annichilire in volo o formare positronio. In entrambi i casi vengono emesse coppie di fotoni γ che possono essere sfruttate per ricostruire con tecniche tomografiche la posizione dell'isotopo del Fluoro e di conseguenza dei tessuti che lo hanno assorbito.
- Chirurgia Radio-Guidata. Evidenzia i tumori per aiutarsi nella loro rimozione. Si usa spesso per i linfonodi. L'ultima frontiera è l'utilizzo di nuclidi che decadono $\beta-$.

Approfondimenti sulla PET nella bibliografia: [JP06] [BTVM05].

Approfondimento sulla CT: [Nat01]

Approfondimenti sulla chirurgia radioguidata: [MGS06] [al99].

1.2 Radioterapia

La Radioterapia si basa sulla distruzione del meccanismo riproduttivo del tumore, ovvero del DNA. Esso va rotto in almeno due punti o si potrà riprodurre. La radioterapia convenzionale, ottenuta irraggiando il paziente con fotoni o elettroni, non ha energia sufficiente a rompere direttamente il DNA. Piuttosto crea radicali liberi rompendo molecole d'acqua che poi intossicano la cellula tumorale. È una sorta di chemioterapia localizzata. Studieremo la differenza nel rilascio di energia tra fotoni e adroni e perché è più conveniente usare questi ultimi.

Altri due tipi di radioterapia sono la terapia radiometabolica che si basa sulla distruzione direttamente dall'interno di un tumore sfruttando un radiofarmaco metabolico e la brachiterapia, che consiste nell'applicazione locale sulla pelle di pomate formate da nuclei radioattivi.

Approfondimenti sull'adroterapia: [Ros13] [Bra12] [Adr] [IAE] [Acc] [Lin]

Approfondimento sulla brachiterapia: [Wat]

1.3 Teragnostica

Con il termine 'teragnostica' si indicano tutte quelle tecniche che tentano di attuare una terapia sul paziente estraendo allo stesso tempo informazioni sulla morfologia e la posizione dei tumori da attaccare. Si fa con elementi che emettono contemporaneamente beta- e gamma. Questi ad esempio sono ^{177}Lu e ^{90}Y con ^{68}Ga .

1.4 Beni Culturali - Ion Beam Analysis (IBA)

Tecniche analoghe possono essere applicate ai beni culturali. Analizzando l'emissione di radioattività dell'oggetto in esame ad esempio si possono dedurre le seguenti caratteristiche:

- Datazione
- Composizione superficiale
- Ricerca di contraffatti
- Corrosione

- Provenienza

Le tecniche di analisi fanno parte della famiglia detta Ion Beam Analysis (IBA), il cui principio base consiste nel bombardare l'oggetto con ioni (generalmente protoni o particelle alfa) e studiare le conseguenze. Questa famiglia contiene al suo interno le seguenti tecniche:

- Proton Induced X-rays Emission (PIXE), Bombardamento non invasivo di protoni che provocano l'emissione di uno spettro nella regione dei raggi X.
- Rutherford Backscattering Spectroscopy (RBS), Utile per campioni sottili formati da elementi pesanti. Si analizza la distribuzione dell'angolo con cui le particelle inviate scatterano all'indietro.
- Elastic Recoil Detection analysis (ERD), Simile al precedente ma funziona per bersagli formati da elementi leggeri.
- Proton Induced Gamma-rays Emission (PIGE), Come la PIXE ma funziona per elementi leggeri, e si basa sull'emissione di uno spettro nella regione dei raggi gamma.

Un'altra tecnica di analisi dei beni culturali che però non si basa su bombardamento di ioni è la X-Ray Fluorescence (XRF), che consiste nel bombardamento del campione con raggi X e nell'analisi della radiazione riemessa per fluorescenza.

Approfondimento sui beni culturali: [\[rev\]](#)

1.5 Datazione con il Carbonio 14

In natura il Carbonio esiste in tre isotopi, di cui due stabili ^{12}C , ^{13}C ed uno radioattivo, ^{14}C con vita media $\tau = 8267y$. La concentrazione media di ^{14}C nell'atmosfera terrestre tende a rimanere costante grazie al continuo flusso di raggi cosmici che vi incide. Infatti componenti secondari dei raggi cosmici sono i neutroni, che quando si scontrano con i due isotopi stabili del carbonio portano alla produzione di ^{14}C . Nell'atmosfera dunque il rapporto tra numero di isotopi radioattivi e stabili è costante, intorno a 10^{-12} . Finché un organismo è vivo, esso attua processi di respirazione, fotosintesi o si nutre di altri esseri viventi. In tal modo scambia carbonio con l'atmosfera, mantenendo costante il rapporto tra isotopi del carbonio radioattivi e stabili nel suo corpo. Dopo la sua morte, tali processi cessano. Il carbonio radioattivo decade senza essere riacquistato dall'atmosfera, e dunque il rapporto tra isotopi radioattivi e stabili comincia a scendere in maniera prevedibile. Studiando un organismo deceduto, dunque, si può dedurre in quale periodo storico esso viveva.

1.6 Neutroni

Dato un certo elemento la sua probabilità di interazione con i raggi X è inversamente proporzionale alla sua probabilità di interazione con un neutrone. Allora i neutroni servono laddove i raggi X non riescono a ricavare informazioni sufficienti. Ad esempio i neutroni vengono assorbiti subito dall'acqua, rendendoli utili per tomografie in cui si voglia evidenziare la presenza di acqua (motori).

Approfondimenti sui neutroni: [\[Corb\]](#) [\[Non\]](#)

Capitolo 2

Unità Naturali

A causa della complessità che possono raggiungere le espressioni matematiche usate in fisica nucleare e in fisica delle particelle, in questo ramo della scienza spesso vengono utilizzate unità di misura che non fanno parte del SI. Inoltre, esprimere per esteso alcune costanti fondamentali può portare ad ottenere delle formule matematiche molto lunghe e di difficile utilizzo. In alcune trattazioni, tali quantità non vengono esplicitamente espresse utilizzando delle unità di misura particolari, dette *Unità Naturali*, che le sottendono. Nella meccanica quantistica e relativistica risulta conveniente porre:

$$c = \hbar = 1 \quad (2.1)$$

Nella tabella 2.1 sono riassunti i valori di tali costanti nelle più comuni unità di misura. Conoscendo tali valori è possibile effettuare i calcoli esatti e passare ad esprimere una grandezza nel SI a posteriori. Le unità di misura ottenute in questo modo, unitamente alla definizione della costante di struttura fine $\alpha_{em} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \sim \frac{1}{137}$ che, poste $c = \hbar = 1$ diventa $\alpha_{em} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$, costituiscono il sistema di unità naturali.

Il metodo più semplice per convertire le grandezze da unità naturali a sistema internazionale, è porre:

$$Q_{SI} = Q_{UN} \cdot (\hbar c)^m \cdot c^n \quad (2.2)$$

Dove Q_{UN} è una qualsiasi grandezza espressa nel sistema di unità naturali, Q_{SI} è la stessa grandezza espressa nel SI e m ed n sono le specifiche potenze che bisogna porre ai termini $\hbar c$ e c

	Dimensioni	Misura
\hbar	energia · tempo	$1,035 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
		$6,5 \cdot 10^{-16} eV \cdot s$
		$6,5 \cdot 10^{-13} MeV \cdot ns$
c	posizione/tempo	$3,0 \cdot 10^8 m/s$
		$300 km/s$
		30 cm/ns
		$3,0 \cdot 10^{14} fm/ns$
$\hbar c$	energia · posizione	$3,1 \cdot 10^{-26} J \cdot m$
		200 MeV · fm

Tabella 2.1: Valori delle costanti \hbar e c nelle più comuni unità di misura

SI	UN
$\beta = \frac{v}{c}$	$\beta = v$
$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$	$E = \sqrt{p^2 + m^2}$
$p = m\beta\gamma c$	$p = m\beta\gamma$
$T = E - mc^2$	$T = E - m$
	$\beta = \frac{p}{E}$

Tabella 2.2: Confronto delle equazioni di cinematica relativistica nei due sistemi di unità di misura

affinché le dimensioni della grandezza considerata siano coerenti in entrambi i sistemi di unità di misura. Si consiglia di utilizzare i valori delle costanti espresse in grassetto nella tabella 2.1.

2.1 Cinematica e Dinamica Relativistica

Il sistema di unità naturali è particolarmente utile perché semplifica le equazioni della relatività ristretta. Nella tabella 2.2 è presente una comparazione di tale equazioni nel sistema di unità internazionale e in quello di unità naturali. Ora, poichè in relatività ristretta l'energia di una particella è legata alla massa m ed all'impulso p dalla formula $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$, misurando le masse in eV/c^2 e gli impulsi in eV/c tutte le formule di cinematica relativistica si semplificano, nel senso che le tre quantità si possono sommare semplicemente senza introdurre i fattori c .

2.1.1 Esempi ed Applicazioni

Un elettrone ha quantità di moto $p_{UN} = 1MeV/c$. Quale è la sua quantità di moto espressa nel sistema internazionale?

Ricordando la conversione $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$ e il valore della velocità della luce $c = 3 \cdot 10^8 m/s$, otteniamo:

$$p_{SI} = p_{UN} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} = 5 \cdot 10^{-22} kg \cdot m/s \quad (2.3)$$

Qual è l'energia elettrostatica di un elettrone a distanza $d = 0,5 \text{ \AA}$ da un nucleo di carbonio, trascurando lo schermaggio prodotto dagli altri elettroni?

Ricordando l'espressione per l'energia potenziale elettrostatica per un sistema di due cariche puntiformi abbiamo

$$U = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 d} = \frac{Z\alpha_{UN}}{d} \quad (2.4)$$

Dove $\alpha_{UN} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \sim \frac{1}{137}$ è detta costante di struttura fine ed è adimensionale: non dipende dunque dal sistema di unità di misura scelto. Facendo un'analisi dimensionale ora decidiamo quali potenze di $\hbar c$ e c vanno aggiunte.

A sinistra abbiamo un'energia, a destra l'inverso di una lunghezza.

$$E = \frac{([\hbar c])^m \cdot [c]^n}{L} = (E \cdot L)^m \left(\frac{L}{T}\right)^n \cdot L^{-1} \quad (2.5)$$

Da cui si ricava che necessariamente $m = 1$ e $n = 0$. Ovvero:

$$U = \frac{Z\alpha\hbar c}{d} = \frac{6 \cdot \frac{1}{137} \cdot 200MeV \cdot fm}{5 \cdot 10^4 fm} = 175eV \quad (2.6)$$

Dove ci siamo ricordati che $1\text{\AA} = 10^{-10}m$ e $1fm = 10^{-15}m$.

Esercizi ulteriori:

- Qual è l'energia cinetica di un nucleo di Elio con impulso $p = 50MeV/c$?
- Qual è il raggio dell'orbita di un protone con energia cinetica $T = 10MeV$ immerso in un campo magnetico di modulo $B = 0,5T$?
- Quali sono la β e $\beta\gamma$ di un elettrone accelerato da $1MV$?

Capitolo 3

Interazioni tra Radiazione e Materia

In questo capitolo verranno descritti i principali meccanismi di interazione di diversi tipi di radiazione con la materia. Nella trattazione che segue verranno trattati principalmente i modelli di interazioni di particelle con energia non superiore a qualche decina di MeV, essendo esso il range di energia di maggior interesse nella fisica applicata.

3.1 Interazioni Ioni-Materia

Ioni leggeri come gli H^+ (protoni), He^{2+} (particelle α) e C^{6+} interagiscono prevalentemente con gli elettroni presenti nella materia su cui incidono. Quando lo ione scambia con l'elettrone una quantità di energia maggiore dell'energia di legame tra elettroni e nucleo atomico, viene innescato un processo di ionizzazione. Nella trattazione che segue verrà descritto il processo da un punto di vista classico. Poichè l'energia dello ione è dell'ordine del MeV mentre gli elettroni della materia hanno energie dell'ordine $\sim eV$, nella descrizione di tale processo di interazione è possibile considerare l'elettrone come fermo. Inoltre poichè la massa degli elettroni è molto minore rispetto a quella degli ioni interagenti, il sistema di riferimento del C.M. coincide con quello di quest'ultimo ed è possibile considerarlo imperturbato nel corso dell'interazione. In questo caso lo ione si troverà fermo al centro del sistema e vedrà gli elettroni verso di esso con velocità $-v$ uguale ed opposta alla v dello ione. Se consideriamo un elettrone a distanza b dalla traiettoria

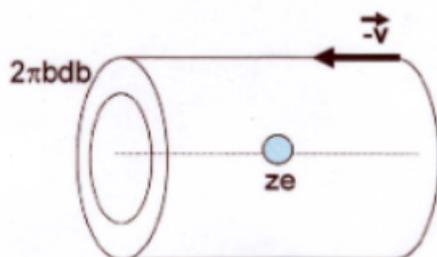


Figura 3.1: Applicazione del teorema di Gauss nel sistema di riferimento dello ione

della particella incidente, l'impulso trasferito ad esso è dato dalla relazione:

$$\Delta p_e = \int F dt = e \int E dt = \frac{e}{v} \int E dx \quad (3.1)$$

dove possiamo sostituire al campo elettrico totale \vec{E} la sola componente trasversa \vec{E}_\perp poichè la componente longitudinale si annulla per simmetria.

Per valutare l'integrale si può considerare il teorema di Gauss applicato ad un cilindro immaginario intorno allo ione:

$$\Phi(E) = 2\pi b \int E dx = \frac{Ze}{\epsilon_0} \quad (3.2)$$

Dove b è il raggio di base del cilindro e rappresenta la distanza tra lo ione e l'elettrone. Dalla precedente equazione si ricava:

$$\int E dx = \frac{Ze}{2\pi b \epsilon_0} \quad (3.3)$$

Sostituendo nell'espressione per la variazione della quantità di moto dell'elettrone otteniamo:

$$\Delta p_e = \frac{Ze^2}{2\pi \epsilon_0 v b} \quad (3.4)$$

Da cui possiamo calcolare l'energia cinetica totale trasferita da ione a elettrone:

$$\Delta K_{I,e} = \frac{\Delta p_e^2}{2m_e} = \left(\frac{Ze^2}{2\pi \epsilon_0 v b} \right)^2 \frac{1}{2m_e} \quad (3.5)$$

Nota: il trasferimento di impulso è inversamente proporzionale alla velocità dello ione! Infatti più esso è lento, più tempo trascorre vicino all'elettrone, trasferendogli impulso.

L'energia trasferita viene calcolata nell'equazione 3.5 per singola interazione e per un preciso parametro d'impatto. L'ipotesi sotto cui si lavora è che la quantità di impulso trasferita dallo ione sia trascurabile rispetto al totale, $\Delta p \ll p$. Questa condizione risulta fondamentale, poiché distingue la ionizzazione da interazioni come quella fotone materia, in cui la particella o interagisce perdendo tutta la sua energia, o non interagisce.

L'ipotesi è facilmente verificabile attraverso il calcolo del rapporto $\Delta p \ll p$:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{Ze^2}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{hc}{m_e c^2 \beta^2 b} = \frac{2z}{137} \cdot \frac{200 \text{ MeV fm}}{0.5 \beta^2 b} \sim \frac{5.8z}{\beta^2 b} \quad (3.6)$$

in cui nell'ultimo membro dell'Eq 3.6 è un numero che racchiude tutte le diverse costanti, esplicitate. Consideriamo ora di voler determinare la perdita di energia per unità di lunghezza in un mezzo: dobbiamo considerare l'effetto di molte interazioni contemporanee, con diversi elettroni e a diversi parametri d'impatto.

Quando uno ione attraversa uno strato infinitesimo dx nel mezzo, incontra un numero di elettroni $dn_e = n_e 2\pi b dx db$, in cui $n_e = Z \frac{N_A}{A} \rho$, è la densità di elettroni nel materiale. Possiamo esprimere la perdita di energia per dx infinitesimo come:

$$-dE = \left(\frac{Ze^2}{2\pi \epsilon_0 v b} \right)^2 \frac{1}{2m_e} n_e 2\pi b db dx, \quad (3.7)$$

in cui si evidenzia la *perdita* di energia inserendo un segno meno davanti a dE .

Per calcolare dE/dx dobbiamo integrare sui possibili parametri d'impatto: l'operazione in se non sembra complessa, poiche'

$$-dE/dx \propto \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{1}{b} db. \quad (3.8)$$

Meno banale invece e' la definizione degli estremi d'integrazione. Questi valori possono essere fissati considerando le energie minime e massime E_{min} e E_{max} che lo ione puo' scambiare nella singola interazione.

$$E_{min} = \left(\frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 v b_{min}}\right)^2 \frac{1}{2m_e} \quad E_{max} = \left(\frac{Ze^2}{2\pi\epsilon_0 v b_{max}}\right)^2 \frac{1}{2m_e} \quad (3.9)$$

Per determinare tali valori, possono essere usate diverse convenzioni, anche a seconda del testo a cui si fa riferimento. Per la discussione qui trattata, possiamo considerare come E_{min} l'energia di legame dell'elettrone nell'orbitale piu' esterno dell'atomo del nostro mezzo, mentre E_{max} sara' la massima energia trasferibile in un'interazione elettrone-ione, in limite non relativistico:

$$E_{min} = \bar{E}_{ionization} \quad E_{max} = \frac{2m_e\gamma^2\beta^2c^2}{1 + 2\gamma m_e/M + (m_e/M)^2}. \quad (3.10)$$

Inserendo le rispettive equazioni per E_{min} e E_{max} in 3.9 and 3.10, otteniamo gli estremi d'integrazione.

Possiamo infine combinare tutti i fattori nell'espressione finale della perdita di energia per unita' di tragitto nel mezzo, che, nel limite classico, e' nota come **formula di Bloch**:

$$-\frac{dE}{dx} = \pi N_A Z \rho r_e^2 c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \ln \left(\frac{m_e \gamma^2 \beta^2 c^2}{h \omega_e} \right). \quad (3.11)$$

—
Bibliografia: [LD]

3.2 Bethe-Bloch

La formula di Bethe-Bloch descrive la perdita di energia per unita' di spazio percorso per una particella massiva carica che fa ionizzazione in un materiale. —

L'unica differenza con la formula di Bloch in Eq. 3.11 e' rappresentata dagli estremi di integrazione in parametro d'impatto, poiche'

$$E_{min} = \frac{E_{ionization}^2}{2m\gamma^2\beta^2} \quad E_{max} = 2\nu_i, \quad (3.12)$$

sono determinate in limite relativistico: E_{min} e' l'energia scambiata nel minimo intervallo di tempo di transizione, mentre E_{max} e' la massima energia di scattering relativistico per l'interazione ione-elettrone.

Tale formula si dimostra¹ essere:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_A \frac{Z\rho}{A} r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \left(\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right) \quad (3.13)$$

dove

¹<https://userswww.pd.infn.it/~carlin/riv/Slides/parte1.pdf>

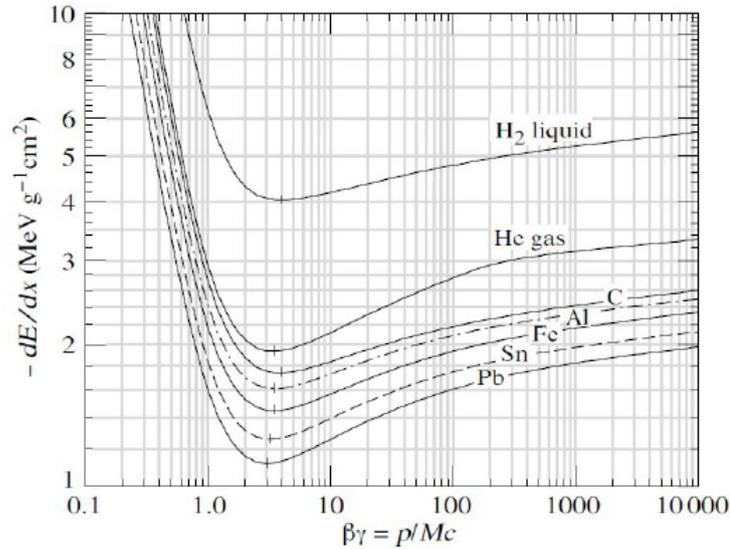


Figura 3.2: Grafico della formula di Bethe-Bloch. Si osserva il primo tratto di discesa in cui domina il termine $\frac{1}{\beta^2}$, il minimo a $\beta\gamma = 2m_0c^2$ e il seguente tratto di risalita.

- A è il numero atomico del bersaglio;
- Z e z indicano rispettivamente la carica della particella incidente e del bersaglio;
- ρ è la densità del bersaglio;
- m_e , r_e ed e sono la massa, il raggio classico e la carica dell'elettrone;
- I è il potenziale medio di ionizzazione del materiale;
- β è rapporto v/c dove v è la velocità del proiettile, γ è calcolabile come $1/\sqrt{1-\beta^2}$;
- W_{max} è la massima energia cinetica trasferibile in un urto;
- $\delta(\gamma)$ è una correzione dovuta alla polarizzazione del mezzo indotta dal campo elettrico della particella incidente che, schermando gli elettroni più lontani, rende minore il loro contributo alla perdita di energia;
- C è la *correzione di shell* ed entra in gioco quando la particella incidente ha una velocità pari o minore a quella dell'elettrone orbitante.

Nel range di energie che interessano a noi ($\beta\gamma < 2$) la funzione è approssimabile nella formula $\frac{1}{\beta^2}$ ovvero all'aumentare della velocità della particella, la perdita di energia decresce quadraticamente. Come avevamo visto dalle considerazioni nel paragrafo precedente se lo ione incidente è più lento, perderà più energia a parità di percorso. Al di là del tipo di materiale in cui sto incidendo, in generale, per $\beta\gamma$ dell'ordine dell'unità ho che $-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \simeq 2MeVg^{-1}cm^2$.

3.3 Stopping Power e Linear Energy Transfer (LET)

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che l'andamento della Bethe-Bloch nell'intervallo di nostro interesse va come $\frac{1}{\beta^2}$. Ovvero, fissata una velocità iniziale, una particella che attraversa un certo materiale rallenta fino a fermarsi. Minore sarà il valore β della particella, maggiore sarà la perdita di energia della particella per unità di percorso $\frac{dE}{dx}$ nel mezzo. La grandezza $\frac{dE}{dx}$ è detta *Stopping Power*. Il percorso effettuato da una particella che attraversa un mezzo dipende dal tipo di materiale attraversato, dal tipo di particella e dalla sua energia. La lunghezza percorsa dalla particella incidente prima di perdere tutta la sua energia è detta *Range*. E' possibile calcolare il range di una particella di data energia iniziale K_0 conoscendo l'andamento dello stopping power:

$$R(E) = \int_0^{K_0} \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1} dK \quad (3.14)$$

Nella trattazione del processo di perdita di energia di una particella in tessuti biologici, spesso allo *Stopping Power* viene preferito il *Linear Energy Transfer* (LET). A differenza dello *stopping power* il LET tiene conto dell'energia persa solo dalle particelle cariche primarie tralasciando i rilasci indotti dalle particelle secondarie prodotte come fotoni o *raggi δ* , ovvero elettroni molto energetici prodotti per ionizzazione. Nella Fisica Medica, il LET viene preferito allo *stopping power* poiché, come verrà descritto in seguito, esso è direttamente collegato con il danneggiamento del DNA.

La prima differenza che si nota nelle due variabili e' quantitativa: il LET va come $\frac{1}{\beta^{2+0,82}}$. Questo esponente non intero e' legato al fatto che l'integrazione in energia e' limitata nella regione che precede il minimo nella formula di Bethe-Bloch.

Il LET e' definito come

$$LET = \frac{L_0 Z^2}{(K/m)^{0,82}} \quad L_0(\text{water}) = 0,12 \frac{\text{keV}}{\mu\text{m}}, \quad (3.15)$$

dove L_0 e' una costante con le stesse dimensioni del LET. L'espressione e' proporzionale al numero atomico della media, e inversamente proporzionale attraverso l'esponente 0.82 al rapporto tra l'energia cinetica della particella e la sua massa

Il LET e' un'espressione dell'energia *assorbita* dal materiale, e dipende perciò dal numero atomico del mezzo. Questa caratteristica definisce la differenza principale con lo Stopping power, che e' invece una quantificazione dell'energia *rilasciata*, e non fornisce alcuna informazione su dove, o quanta energia, viene assorbita dal mezzo. L'assorbimento di energia nei tessuti si traduce in danno e distruzione delle cellule. E' perciò fondamentale sapere *dove* e *quanta* energia viene assorbita: nel trattamento di regioni cancerose nel corpo umano, ad esempio, vogliamo danneggiare e/o eliminare le cellule tumorali, ma contemporaneamente danneggiare il meno possibile il resto dei tessuti sani.

E' possibile ricavare il range partendo dalla definizione di LET [Ama01]:

$$R = \int_{K_0}^0 \frac{dK}{-\left| \frac{dE}{dx} \right|} = \int_0^{K_0} \frac{dK}{LET} = \int_0^{K_0} \frac{dK (K/m)^{0,82}}{L_0 Z^2} \quad (3.16)$$

$$R(K) = R^* \frac{A}{Z^2} (K/m)^{1,82} \quad R^* = 425 \text{cm} \quad (3.17)$$

Nota: queste considerazioni valgono per $K/m < 0,4$. Nel caso di protoni ciò si traduce in $K < 400\text{MeV}$.

Questa formula per R può essere intesa come funzione di K . Ovvero esprime il cammino che resta alla particella in esame se ha energia cinetica K . Posso anche esprimere il LET in funzione del percorso rimanente della particella: basta invertire la relazione tra R e K e sostituire nella formula del LET . Si ottiene:

$$LET(R) = L_0 Z^{1,1} A^{0,45} (R^*/R)^{0,45} \quad (3.18)$$

Ora, considerando che R è il cammino restante alla particella e $x = R_0 - R$ e la posizione reale, l'equazione precedente viene riformulata:

$$LET(x) = L_0 Z^{1,1} A^{0,45} \left(\frac{R^*}{R_0 - x} \right)^{0,45} \quad (3.19)$$

Prima Esercitazione

Graficare il range in funzione dell'energia cinetica e il LET in funzione della posizione per protoni, particelle alfa e nuclei di carbonio in acqua.

L'espressione analitica di $LET(x)$ presenta un asintoto. Nella realtà esso viene scavalcato, perché il fascio di particelle incidenti ha sempre un'incertezza sulla sua energia e sulla sua distribuzione spaziale. Solo un fascio puramente monocromatico avrebbe un andamento asintotico.

Per distruggere direttamente il DNA di una cellula tumorale, il valore minimo di $LET(x)$ deve essere di 20eV/mm . Nelle terapie in cui il tumore viene attaccato attraverso la creazione di radicali liberi, basta un valore di LET minore.

Il plot reale dell'andamento di $LET(x)$ è detto *curva di Bragg*. Confrontando la curva di Bragg di un protone con quella di un nucleo di carbonio è possibile fare le seguenti considerazioni:

- Il picco di Bragg degli ioni carbonio è più stretto di quello dei protoni
- Il carbonio presenta una coda dopo il picco dovuta ai processi di frammentazione nucleare. Ciò vuol dire che vi è un rilascio di energia nei tessuti anche a profondità maggiori di quella del range della particella

3.4 Scattering Multiplo - Ioni-Nuclei

Fino ad ora abbiamo osservato il caso in cui lo ione interagisca con gli elettroni del materiale e ci sia un trasferimento di energia per ionizzazione. Nel caso in cui però lo ione interagisca con il nucleo invece di uno scambio di energia ci sarà una variazione di quantità di moto che si concretizza in una variazione di direzione per lo ione. Esso verrà deviato nel suo percorso. Siccome una particella che attraversa un mezzo è soggetta a più interazioni, tale fenomeno prende il nome di *Scattering Multiplo*. Il risultato finale è che un fascio perfettamente collimato dopo aver attraversato una quantità x di materiale, risulterà avere una certa dimensione trasversa con distribuzione gaussiana di deviazione standard:

$$\sqrt{\sigma_\theta^2} = \frac{z}{\beta p} \sqrt{\frac{x}{X_0}} \quad (3.20)$$

Dove X_0 una costante del materiale.

Nota: Il multiple scattering è la vera ragione dello smussamento dell'asintoto di $LET(X)$. Infatti se ad energie diverse corrisponde un angolo finale diverso ciò vuol dire che il range

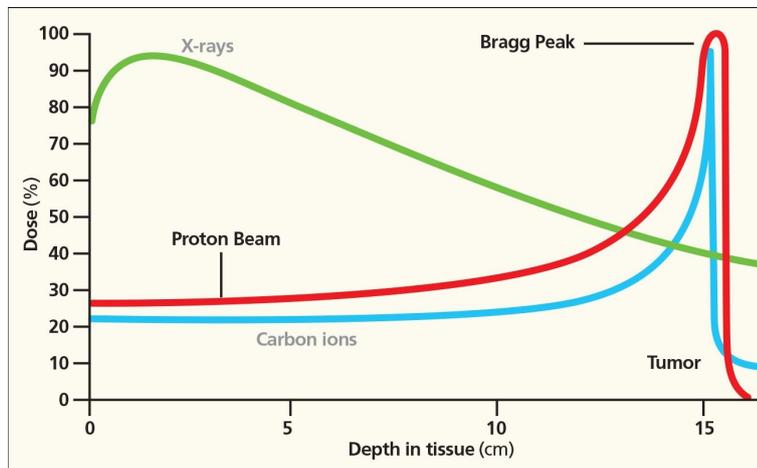


Figura 3.3: Dose relativa in funzione della penetrazione per fotoni, protoni e carbonio. Il grafico è rappresentativo dell'andamento di $LET(x)$ a meno di una costante. Immagine da scripps.org

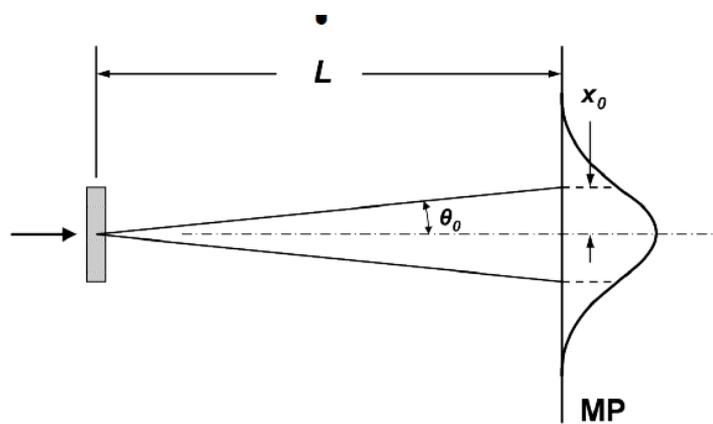


Figura 3.4: Rappresentazione dell'effetto del Multiple Scattering. L'angolo in uscita ha una distribuzione di tipo gaussiano.

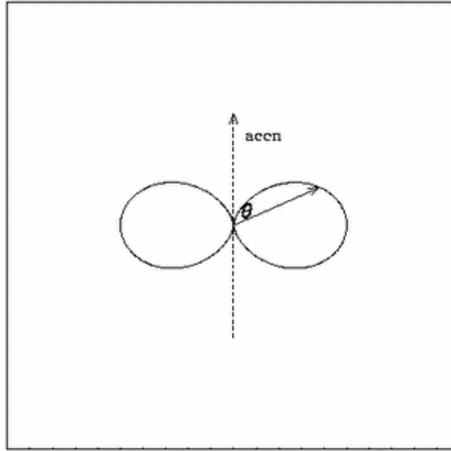


Figura 3.5: Andamento dell'energia irradiata in funzione dell'angolo con la direzione del moto.

(proiettato su X) è diverso per ogni energia e dunque si spalma intorno al massimo. Da qui anche il motivo per cui il carbonio ha un massimo più definito: subisce meno multiple scattering.

Seconda Esperienza

- Stimare CSDA (range reale, non proiettato) e range proiettato in acqua per particelle alfa e protoni con energia cinetica tra 1 e 10 MeV.
- Stimare la quantità di teflon, ferro e piombo necessarie a fermare particelle alfa e protoni di energie 1, 5 e 10 MeV.

3.5 Interazioni Elettroni-Materia

Un elettrone che incide sul bersaglio può interagire fondamentalmente in tre modi. Il primo è per ionizzazione come gli ioni. In questo caso la formula di Bethe-Bloch deve essere modificata introducendo delle correzioni relativistiche:

$$-\frac{dE}{dx} = 0,306N_A \frac{Z\rho}{A} \frac{1}{\beta^2} \ln\left(\frac{1,16m_e c^2 \beta^2}{2I}\right) \text{MeV/cm} \quad \text{per } \beta < 0,5 \quad (3.21)$$

$$-\frac{dE}{dx} = 0,153N_A \frac{Z\rho}{A} \frac{1}{\beta^2} \ln\left(\frac{E(E + m_e c^2)^2 \beta^2}{2I^2 m_e c^2}\right) \text{MeV/cm} \quad \text{per } \beta \simeq 1 \quad (3.22)$$

Se invece l'elettrone interagisce con i nuclei del materiale può avvenire multiplo scattering (con un effetto molto più intenso che per il caso degli ioni data la massa minore degli elettroni) o *Bremsstrahlung* (anche detta radiazione di frenamento). Infatti un elettrone che viene deviato nel suo moto da un nucleo, emette radiazione. La potenza dell'emissione è data da:

$$W(\theta) = \frac{q^2 a^2 \sin^2 \theta}{4\pi \epsilon_0 c^3} \quad (3.23)$$

Dove θ è l'angolo tra la direzione del moto dell'elettrone e la direzione della radiazione irradiata. L'effetto sulla perdita di energia dell'elettrone è dato dalla seguente equazione:

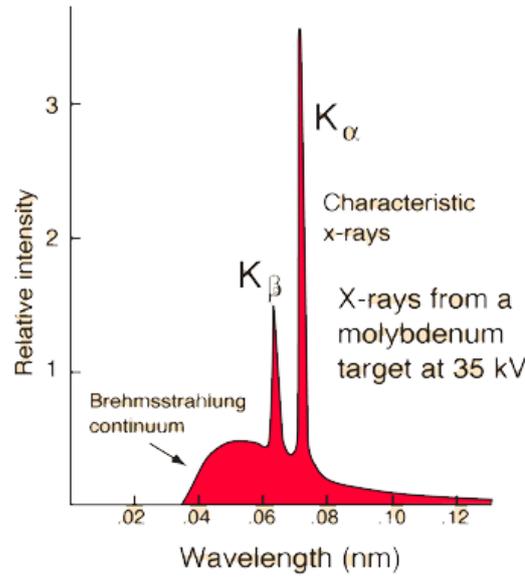


Figura 3.6: Spettro della radiazione risultante, dato da Brehmsstrahlung e radiazione di guscio K.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{E}{X_0} \quad (3.24)$$

Con soluzione

$$E(x) = E(0)e^{-x/X_0} \quad (3.25)$$

dove

$$X_0 \simeq \frac{A}{N_A Z^2 \rho} \frac{1}{4\alpha_{em} r_e^2 \ln\left(\frac{184}{Z^{1/3}}\right)} \quad (3.26)$$

Allo spettro continuo prodotto dalla radiazione di frenamento si possono sommare inoltre delle righe caratteristiche dovute ad un secondo processo: la radiazione di guscio K. Questo processo si verifica quando il fotone emesso dall'elettrone frenato ionizza gli atomi del bersaglio colpendo non gli elettroni di valenza ma quelli più vicini al nucleo. Quando ciò succede gli elettroni esterni possono scendere ai livelli più vicini al nucleo emettendo radiazione X. Si parla di K_α quando si indica la radiazione emessa da un elettrone che passa da $n = 2$ a $n = 1$, mentre si parla di K_β quando si vuole indicare radiazione emessa da un elettrone che scende da $n = 3$ a $n = 1$. Questa radiazione è monocromatica, pur essendo in origine generata da uno spettro continuo.

Un esempio di spettro totale prodotto dall'interazione degli elettroni è mostrato nella figura (3.6)

Nota: per elettroni proiettati la radiazione di frenamento domina sulla ionizzazione solo se $E > \frac{800 \text{ MeV}}{Z}$. Nel corpo umano $Z \sim 6$ dunque la radiazione di frenamento domina come LET solo se $E > 133 \text{ MeV}$ che è un valore molto elevato se consideriamo le energie in gioco nelle applicazioni mediche. Quindi nei nostri interessi per gli elettroni nei pazienti domina sempre la ionizzazione.

Figura 3.7: Confronto dello stopping power per diversi tipi di radiazione nel piombo.

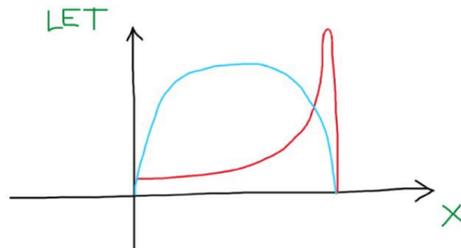


Figura 3.8: Comparison between the electrons(blue) and carbon ions(red) LET.

3.5.1 Terapie a elettroni

Quando consideriamo le possibili applicazioni degli elettroni alla fisica medica, dobbiamo considerare l'effetto relativo delle diverse interazioni descritte finora. In particolare, si è notato come il comportamento in ionizzazione di un materiale dell'elettrone non è così diverso da quello che succede con gli ioni più pesanti, almeno fino al plateau relativistico: ci aspettiamo infatti una ripresa del trend di crescita per la perdita di energia in quella regione, per gli elettroni.

La diretta conseguenza di questo comportamento così simile è che ci aspettiamo che gli elettroni abbiano un range nella materia, e un picco di Bragg ben definito. In Figura

3.8 una rappresentazione schematica del LET in elettroni come funzione della profondità del materiale è riportata in blu. Il LET non mostra la tipica struttura del picco di Bragg, si configura, invece, quasi come una funzione gradino ammorbidita. Questo comportamento è imputabile al grande impatto dello scattering multiplo sulla traiettoria dell'elettrone: il cammino dell'elettrone nella materia si quasi chiude su se stesso. Perciò l'effettiva distanza dalla superficie del mezzo raggiungibile per un elettrone è molto limitata: un elettrone di $E = 0.5 \text{ MeV}$ ha un cammino medio nel mezzo di $2 - 3 \text{ mm}$. Analogamente, un fascio di elettroni di $\bar{E} = 2 \text{ MeV}$ rilascerebbe tutta la sua energia in uno spessore di materia di 7 mm .

Se però calcoliamo il LET come una funzione dell'ascissa curvilinea rappresentata dalla traiettoria dell'elettrone nello spazio, ritroveremmo il picco di Bragg atteso nelle nostre iniziali considerazioni. L'ascissa curvilinea lungo la traiettoria dell'elettrone è definita CSDA, e il range e il LET calcolati in funzione di tale variabile sono definiti **CSDA range** e CSDA LET.

Il LET degli elettroni è particolarmente interessante, perché il rilascio locale di energia permette il trattamento di tessuti cancerosi nelle immediate vicinanze della sorgente radioattiva. Questa caratteristica è sfruttata in una terapia specifica dei tumori della pelle, la **brachioterapia** [Wat], per cui una pomata viene arricchita con ^{188}Re (emettitore di elettroni con una lunga vita media $\sim 17 \text{ h}$) e viene poi applicata sulla regione da trattare. Elettroni accelerati da LINAC possono essere anche direttamente inviati sulla lesione da trattare. Una rappresentazione schematica della brachioterapia è in Figura 3.9.

Un altro sviluppo recente delle applicazioni degli elettroni in trattamenti di tumori è rappresentato dalla Intra Operative Radiotherapy (IORT) [al99]: se possibile, il tessuto canceroso viene esposto direttamente ad un fascio di elettroni durante un'operazione. In questo modo, solo il tessuto canceroso assorbe la radiazione, e danno infinitesimo è recato invece ai tessuti sani.

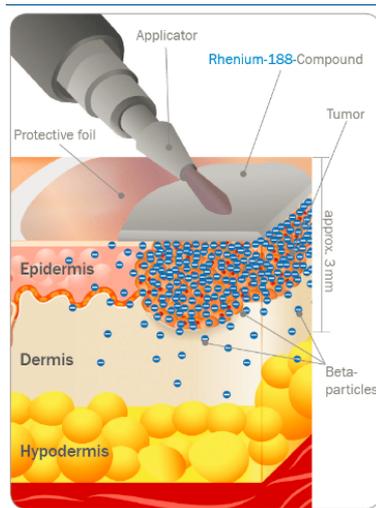


Figura 3.9: Representation of brachytherapy.

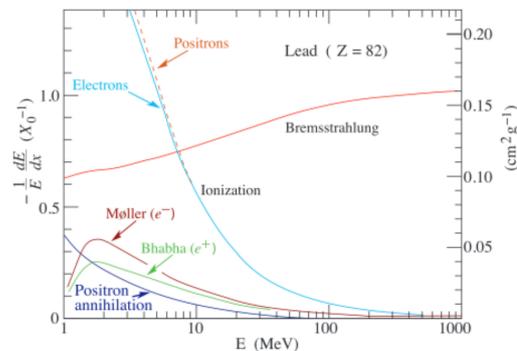


Figura 3.10: Perdita di energia dell'elettrone nella materia, per diverse tipologie di interazione, in funzione dell'energia dell'elettrone.

3.5.2 Diagnostica e elettroni

In Figura 3.10, viene presentata la perdita di energia relativa (normalizzata a X_0) determinata dalle diverse interazioni elettrone materia. Il processo di ionizzazione domina a bassa energia, e condivide con lo scattering multiplo la dipendenza inversa dall'energia dell'elettrone: più è lento l'elettrone, maggiore sarà la sua perdita di energia; nel caso dello scattering multiplo, minore è l'energia dell'elettrone, maggiore è la sua deviazione di traiettoria.

La radiazione di brehmsstrahlung, invece, determina perdite di energie molto piccole nel range 1–10 MeV, come è possibile vedere in Figura 3.10, mentre domina per energie $E > 120$ MeV. Le terapie mediche che fanno uso di elettroni lavorano nel range di energia più basso: gli emettitori di tipo β producono elettroni $\mathcal{O}(MeV)$, mentre le terapie a elettroni accelerati, come la IORT, raggiungono regimi di $\mathcal{O}(20MeV)$. Perciò la radiazione di brehmsstrahlung interaction è completamente ignorata nella modellizzazione di trattamenti e terapie a elettroni.

L'emissione da brehmsstrahlung è utilizzata in altre applicazioni della fisica medica, quelle diagnostiche. In particolare, la radiazione di frenamento è il fenomeno che si sfrutta per la

produzione dei raggi X comunemente usati per la visualizzazione della struttura interna degli organismi.

Un tubo a raggi X e' a tutti gli effetti una sorgente di radiazione da frenamento. Una rappresentazione schematica della struttura interna di un tubo a raggi X e' presentata in Figura 3.11. Un

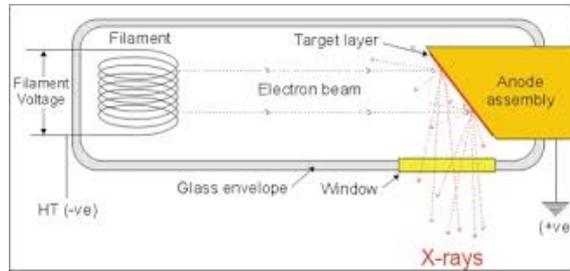


Figura 3.11: Tubo a raggi X.

catodo metallico e' portato ad alta temperatura ed emette elettroni per effetto termoionico; gli elettroni sono poi accelerati verso un anodo che viene tenuto ad una differenza di potenziale, rispetto al catodo, di $\mathcal{O}(10-100kV)$. Gli elettroni collidono con l'anodo metallico, interagendo con la materia. Meno dell' 1% di tutta l'energia del fascio accelerato viene emessa in questo frangente, la maggior parte della quale per radiazione di brehmsstrahlung, in direzione perpendicolare all'accelerazione degli elettroni. Una finestra posta in corrispondenza dell'anodo e in direzione perpendicolare al fascio di elettroni raccoglie quindi la radiazione in uscita, ovvero i raggi X.

3.6 Interazioni Fotoni-Materia

A differenza di quanto succede con le particelle cariche, nelle interazioni tra fotoni e materia la probabilità che un quanto di luce interagisca con la materia in un tratto di percorso dx è indipendente dal resto del cammino. Questa probabilità dp è proporzionale alla larghezza del percorso attraversato e dunque vale la relazione:

$$dp = \mu dx \quad (3.27)$$

Dove il coefficiente di proporzionalità μ viene chiamato coefficiente di assorbimento, e dipende dal tipo di materiale attraversato, nonché dall'energia del fotone incidente. Il numero di fotoni che interagiscono e che quindi vengono assorbiti in un tratto dx allora sarà dato dalla seguente relazione:

$$dN(x) = -N(x)\mu dx \quad (3.28)$$

Con soluzione

$$N(x) = N(0)e^{-\mu x} \quad (3.29)$$

Dove si è considerato che l'intensità di un fascio luminoso è proporzionale al numero di fotoni che compongono tale fascio. In generale un fotone può interagire con la materia attraverso diversi tipi di interazione, ognuna con il proprio coefficiente di assorbimento. Il termine μ che compare è quindi somma di diversi contributi:

$$\mu = \sum \mu_i \quad (3.30)$$

Introduciamo ora invece il concetto di *sezione d'urto*. In una schematizzazione classica in cui il fascio incidente incontra una serie di ostacoli che bloccano parte di tale fascio facendone passare il resto, la sezione d'urto rappresenta la superficie ostacolante costituita nel nostro caso dalle molecole del corpo umano. L'equazione differenziale che la definisce è la seguente:

$$d\Phi(x) = -\sigma_b n_b \Phi(x) dx \quad (3.31)$$

Dove Φ è il flusso di particelle, σ_b è la sezione d'urto del singolo elemento che compone il bersaglio, n_b è la densità numerica di elementi con tale sezione d'urto inclusi nel bersaglio.

La soluzione di tale equazione differenziale risulta:

$$\Phi(x) = \Phi(0)e^{-\sigma_b n_b x} \quad (3.32)$$

Confrontando le equazioni (3.29) e (3.32), diverse solo per un coefficiente moltiplicativo (la superficie del fascio), otteniamo la seguente relazione tra coefficiente di assorbimento e sezione d'urto:

$$\mu = \sigma_b n_b \quad (3.33)$$

3.6.1 Effetto Fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico consiste nell'assorbimento da parte dell'atomo bersaglio di tutta l'energia del fotone incidente, portando alla ionizzazione di un elettrone che verrà emesso con energia:

$$E_{e^-} = E_\gamma - I \quad (3.34)$$

Dove I è l'energia di ionizzazione dell'elettrone colpito. Tale fenomeno è dunque un effetto a soglia: avviene solamente se l'energia del fotone è maggiore di quella di ionizzazione dell'elettrone.

Si osserva sperimentalmente che la sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico ha il seguente andamento dipendente dal bersaglio e dall'energia del fotone incidente:

$$\sigma_{photo} \simeq Z^5 \alpha \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right)^n \quad (3.35)$$

Dove Z è il numero atomico del bersaglio, α è la costante di struttura fine, n vale 3.5 o 1 a seconda che l'energia del fotone sia minore dell'energia a riposo dell'elettrone o ne sia molto maggiore. Ricordando la relazione tra sezione d'urto e coefficiente di assorbimento posso ricavarne l'espressione:

$$\mu = n_b \sigma_b \quad (3.36)$$

$$\mu_{photo} \simeq \frac{\rho N_A}{A} Z^5 \alpha \left(\frac{m_e c^2}{E_\gamma} \right)^n \quad (3.37)$$

3.6.2 Effetto Compton

L'effetto Compton è il fenomeno nel quale un fotone che subisce scattering elastico con un elettrone subisce una variazione di lunghezza d'onda (e quindi di energia). In tale processo, a differenza dell'effetto Fotoelettrico, la sua energia non è completamente assorbita dall'elettrone e il fotone può subire interazioni successive. Per descrivere la variazione di energia del fotone dopo l'urto, si parte dall'imposizione della conservazione del quadriimpulso totale:

$$\gamma^\mu = (E_\gamma, E_\gamma \hat{p}_\gamma) \quad e^\mu = (m_e, \vec{0}) \quad \gamma'^\mu = (E'_\gamma, E'_\gamma \hat{p}'_\gamma) \quad e'^\mu = (E_e, \vec{p}_e) \quad (3.38)$$

$$e'^\mu = \gamma^\mu + e^\mu - \gamma'^\mu \quad (3.39)$$

Facendo la norma quadra a sinistra e a destra ottengo

$$m_e^2 = 0 + m_e^2 + 0 + 2\gamma^\mu e_\mu - 2\gamma'^\mu \gamma'_\mu - 2\gamma'^\mu e_\mu = \quad (3.40)$$

$$= m_e^2 + 2m_e(E_\gamma - E'_\gamma) - 2(E_\gamma E'_\gamma - E_\gamma E'_\gamma \cos\theta) = \quad (3.41)$$

Portando a sinistra ottengo

$$m_e(E_\gamma - E'_\gamma) = E_\gamma E'_\gamma (1 - \cos\theta) \quad (3.42)$$

$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1 - \cos\theta}{m_e} \quad (3.43)$$

Ora esplicitando l'energia finale del fotone che è ciò che ci interessa in questo caso otteniamo

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma m_e}{m_e + E_\gamma (1 - \cos\theta)} \quad (3.44)$$

Da cui si osserva che il range di energie che prende il fotone è, per $\theta \in [0, \pi]$ $E'_\gamma \in [E_\gamma, \frac{E_\gamma m_e}{m_e + 2E_\gamma}]$

Imponendo semplicemente la conservazione della prima coordinata del quadriimpulso invece posso osservare il range di energie preso dall'elettrone:

$$E_\gamma + m_e = E'_\gamma + m_e + K'_e \quad K'_e = E_\gamma - E'_\gamma \quad (3.45)$$

Allora per l'energia cinetica dell'elettrone si può dire

$$K'_e \in [0, \frac{2E_\gamma^2}{m_e + 2E_\gamma}] \quad (3.46)$$

Sperimentalmente all'effetto Compton si associa la seguente sezione d'urto (elettroni non relativistici):

$$\sigma_{Compton} \simeq \frac{8\pi}{3} r_e^2 \quad (3.47)$$

Dove r_e è il raggio classico dell'elettrone.

Da ciò ricaviamo il coefficiente di assorbimento Compton:

$$\mu_{Compton} \simeq \frac{\rho N_A}{A} Z \frac{8\pi}{3} r_e^2 \quad (3.48)$$

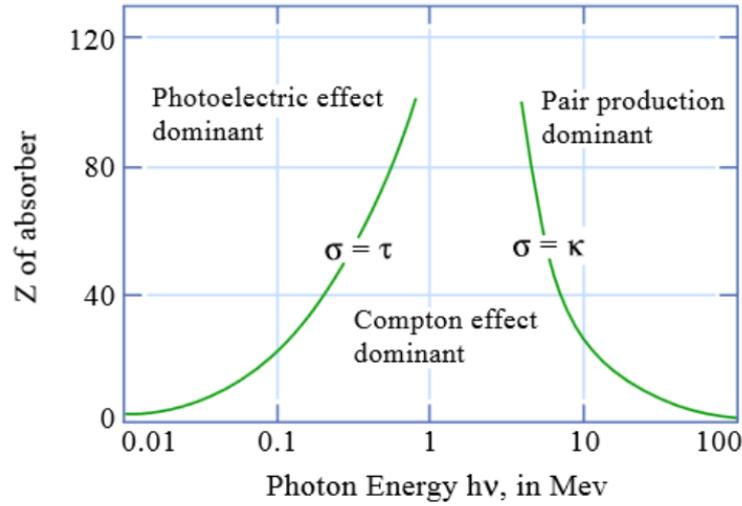


Figura 3.12: Regioni di dominanza delle tre modalità di interazione dei fotoni con la materia, per diverse energie dei fotoni e diverso numero atomico dei bersagli.

3.6.3 Produzione di Coppie

Quando un fotone ha abbastanza energia per produrre una coppia elettrone positrone (pari almeno la somma delle loro masse pari a 1.022 MeV) esso può crearle a patto che vi sia un nucleo nelle vicinanze che bilanci il quadrimpulso totale, che deve rimanere nullo in norma quadra come quello del fotone. Nella descrizione del fenomeno si considera nulla la variazione di energia cinetica del nucleo, e l'energia cinetica rispettivamente di elettrone e positrone è data dalla seguente uguaglianza:

$$K_{e^{+/-}} = \frac{E_{\gamma} - 2m_e}{2} \quad (3.49)$$

La sezione d'urto di tale fenomeno è:

$$\sigma_{pair-production} \simeq \frac{Z^2 \alpha^3}{(m_e c^2)^2} \quad (3.50)$$

Ricordando che $\mu = \sigma n$ e che $n = \frac{\rho N_A}{A}$:

$$\mu_{pp} = \frac{\rho N_A}{A} \frac{Z^2 \alpha^3}{(m_e c^2)^2} \quad (3.51)$$

Da notare che tale assorbimento ha un andamento che va come il quadrato del numero atomico.

Terza Esperienza

Stimare le quantità di piombo, plastica ($C_5O_2H_8$, $\rho = 1,2g/cm^3$) e paraffina ($C_{31}H_{64}$, $\rho = 0,9g/cm^3$) necessarie ad attenuare di un fattore di 10^{-4} dei fotoni o fermare elettroni e particelle alfa di energie 0.1, 1 e 10 MeV.

3.7 Interazioni Positroni-Materia

Il positrone prodotto in un decadimento β^+ interagisce prevalentemente per multiplo scattering e ionizzazione. Poichè il positrone è una particella di antimateria, lungo il suo cammino interagirà con uno degli elettroni del mezzo, portando ad un'annichilazione:

- Col 20% di probabilità fa annichilazione in volo con un elettrone producendo due fotoni. Ponendoci nel sistema di riferimento dell'elettrone che viene colpito vale la relazione $2m_e + K_e = E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2}$ e l'angolo tra i fotoni è minore di 180° .
- Con 80% di probabilità, dopo aver rilasciato tutta la sua energia nel mezzo, il positrone comincia ad orbitare intorno ad un elettrone libero, formando il sistema e^+e^- detto *positronio*.

Analizziamo la possibilità della formazione del positronio. Esso a seconda dello spin totale forma l'orto-positronio o il para-positronio. Siccome lo stato di singoletto è uno solo mentre quelli di tripletto sono tre, la formazione di para-positronio (spin totale:1) è tre volte più probabile di quella dell'orto-positronio (spin totale:0). In totale per ogni positrone prodotto da un decadimento β^+ la probabilità di formare para-positronio è 64%. Il para-positronio ha una vita media di $125ps$ e poi decade in una coppia di fotoni back to back, mentre l'orto-positronio ha una vita media di $140ns$ e decade in tre fotoni. La coppia di fotoni emessa dal para-positronio è interessante perché se rilevata può dare informazioni per triangolare dove è avvenuto il decadimento. Essi sono emessi a 180° per conservazione della quantità di moto. Inoltre, per conservazione dell'energia, i due fotoni sono esattamente da $511keV$. Proprio su questi principi si basa la PET, un esame di diagnostica che attraverso l'immissione di un radiofarmaco metabolico che decade β^+ permette di ottenere delle immagini funzionali attraverso la ricostruzione del punto di emissione dei fotoni back-to-back. Il limite principale della PET è il fatto che i positroni prima di formare positronio si muovono nel corpo per scattering multiplo e ionizzazione, variando la loro posizione e dunque creando un'incertezza sulla misura finale. Risoluzione massima: $0,44mm$.

Approfondimenti e bibliografia: [JP06] [BTVM05]

Capitolo 4

Decadimenti Nucleari

Con decadimenti radioattivi si indicano tutti quei processi spontanei durante i quali un nucleo instabile transmuta in uno più stabile con l'emissione di particelle, che possono essere di diverso tipo e con diverse energie.

I decadimenti nucleari si esprimono con la notazione:

$$X \longrightarrow Y + \sum_C A_C \quad (4.1)$$

dove X è il nucleo padre che decade nel nucleo figlio Y emettendo diverse particelle A_C . Il vincolo affinché un decadimento sia possibile è dato dalla relazione:

$$m_x > m_y + \sum m_C \quad (4.2)$$

dove m_x , m_y e m_C sono le masse nucleari in gioco.

L'uguaglianza esatta, tenendo in considerazione anche le energie cinetiche dei prodotti di decadimento T_y e T_c , è data dalla relazione $m_x = m_y + T_y + \sum(m_c + T_c)$, da cui:

$$m_x - m_y - \sum m_c = T_y + \sum T_c = Q_{\text{value}} \quad (4.3)$$

Il Q_{value} rappresenta la massima energia cinetica assumibile dai prodotti di decadimento nel sistema di riferimento solidale all'atomo instabile. Data la relazione, si evidenzia che in un decadimento $Q > 0$.

4.1 Il Nucleo Atomico

Per nuclei leggeri la stabilità è verificata quando $Z \sim N$ ma all'aumentare del numero atomico il numero di neutroni necessario a garantire la stabilità aumenta. La figura (4.1) rappresenta la *Carta di Segrè* dove la curva di stabilità viene comparata con la retta $Z = N$.

Due atomi si dicono:

- Isotopi, se hanno stesso numero atomico;
- Isotoni, se hanno stesso numero di neutroni;
- Isobari, se hanno stesso numero di massa.

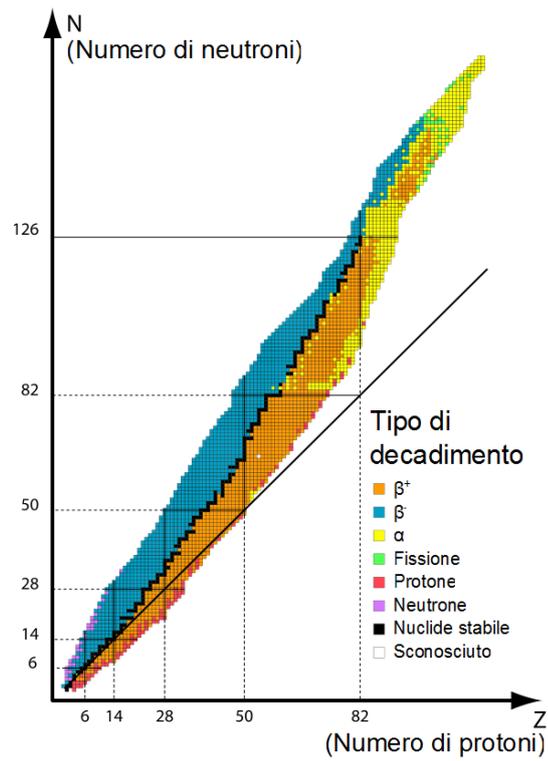


Figura 4.1: Curva di stabilità dei nuclei in funzione del numero di protoni e numero di neutroni. Sono rappresentati anche il tipo di decadimento che ogni isotopo tende a fare fuori dalla curva di stabilità.

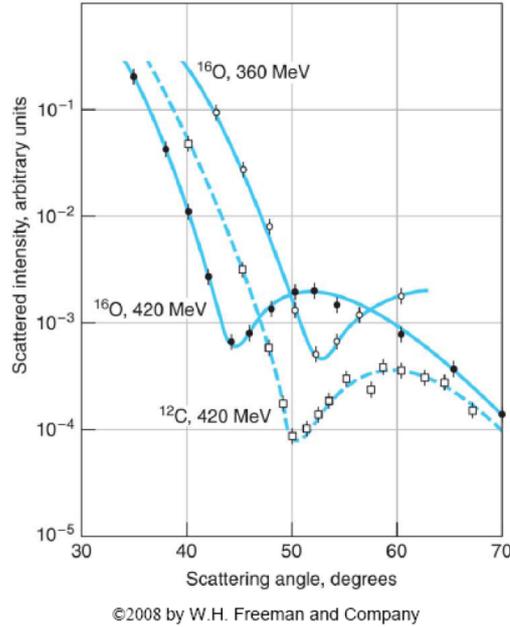


Figura 4.2: Andamento dell'angolo di scattering di elettroni su nuclei di ossigeno e carbonio.

Neutroni e protoni sono *fermioni* di spin $1/2$. Essi dunque si organizzano nel nucleo su livelli energetici in cui si dispongono a spin opposti. Quando il numero di neutroni e protoni è pari, ogni livello energetico è completamente riempito. Quando invece il loro numero è dispari, sono più probabili reazioni nucleari al fine di arrivare a livelli energetici più stabili. Ad esempio riempiendo i livelli energetici del ${}^5_2\text{B}$ ho un neutrone extra su un livello energetico più alto di quelli riempiti dai protoni. Questo elemento infatti decade β nel ${}^{12}_6\text{C}$. Per differenziare isotopi diversi si usano spettrometri di massa, in cui, sfruttando la forza di Lorentz generata da un campo magnetico, osservo la correlazione tra raggio di curvatura e massa dell'isotopo considerato. Per misurare invece il raggio nucleare si osserva il pattern di diffrazione dello scattering di elettroni su tale nucleo. Graficando l'intensità dello scattering in funzione dell'angolo, ho la seguente relazione per il primo punto di minimo dell'andamento:

$$\sin \theta^* = 0.16 \frac{hc}{pcR} \quad (4.4)$$

Da cui si può ricavare il raggio.

La legge che lega raggio nucleare e massa atomica è definita empiricamente:

$$R = 1,15A^{1/3}(fm) \quad (4.5)$$

Consideriamo ora la densità nucleare. Essa può essere espressa come:

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Am_p}{\frac{4}{3}\pi(1,15A^{1/3})^3} = \frac{m_p}{\frac{4}{3}\pi(1,15)^3} = 10^{17} kg/m^3 \quad (4.6)$$

ed è quindi in prima approssimazione indipendente dall'elemento considerato. La densità ottenuta è compatibile con quella delle nane bianche, stelle composte da nucleoni compressi uno sull'altro analogamente ad un nucleo atomico.

Per ricavare con maggiore precisione la massa atomica smettiamo di trascurare la differenza in massa tra neutroni e protoni e consideriamo anche l'energia di legame tra i nucleoni, la *Binding Energy* (*B. E.*) nel nucleo. Abbiamo allora che:

$$M(Z, A) = Z \times m_p + (A - Z) \times m_n - A \times B.E. \quad (4.7)$$

Quarta Esperienza

- Graficare la massa nucleare in funzione di Z per $A = 18$ e $A = 208$. Comparare il risultato con il grafico dei tempi di decadimento.
- Graficare $Sp(Z)$ e $Sn(Z)$ per $N = 9$.
- Graficare $Sp(N)$ e $Sn(N)$ per $Z = 33$.

4.2 Grandezze Importanti

Quando un nucleo è instabile ha una certa probabilità per unità di tempo di decadere in un nucleo stabile, detta *costante radioattiva* λ . Indicando con N il numero di nuclei instabili, il numero medio di nuclei che decadono nell'unità di tempo è dato da λN . Questa grandezza complessiva è detta *attività*. Nel tempo tra t e $t + dt$ il numero di nuclei varia al seguente modo:

$$dN = -\lambda N dt \quad (4.8)$$

Risolvendo l'equazione differenziale si ottiene

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} \quad (4.9)$$

Si definisce *tempo di dimezzamento*, ovvero il tempo al quale il numero di nuclei attivi risulta dimezzato rispetto al numero iniziale, come:

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (4.10)$$

Ricordando che l'attività è definita come λN , moltiplicando l'equazione precedente per λ ottengo l'andamento temporale dell'attività:

$$A(t) = \lambda N(t) = A(0)e^{-\lambda t} \quad (4.11)$$

Nel passato, l'unità di misura dell'attività nel S.I era il *Curie*, corrispondente a 37 miliardi di disintegrazioni al secondo, indicata con Ci. Essa rappresenta l'attività di un grammo di ^{226}Ra . Attualmente l'unità di misura è diventata il *Bequerel*, indicata con Bq, che corrisponde a una disintegrazione al secondo. Le sorgenti comunemente usate in laboratorio hanno attività dell'ordine del kBq. Dalle definizioni delle unità di misura segue il cambio:

$$1\text{Ci} = 3,7 \times 10^{10}\text{Bq} \quad (4.12)$$

Un atomo instabile può decadere in canali diversi, ognuno con una diversa vita media τ_i (e dunque una diversa costante radioattiva λ_i).

Si definisce la costante radioattiva totale $\lambda_{tot} = \sum \lambda_i$. Si introduce la branching fraction come $\text{BR} = \frac{\lambda_i}{\lambda_{tot}}$.

Nota: l'attività non tiene conto del tipo di fenomeno che sta avvenendo e di quante particelle genera. Rappresenta il numero di decadimenti che avvengono, qualsiasi essi siano e qualunque

numero di particelle producano. Per contare nello specifico il numero di un certo tipo di particelle che vengono prodotte si usano convenzionalmente gli Hz o i CPS (Counts Per Second)

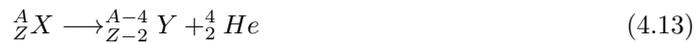
Nella fisica applicata e in particolare nelle applicazioni mediche, vengono usate altre importanti grandezze legate all'attività:

- Attività Specifica: $A_{sp} = \frac{dA}{dV}$
- Standard Uptake Value (SUV): $SUV = \frac{A_{sp}(\text{tumore})}{A(\text{somministrata})}$ per renderla adimensionale si fa $SUV = \frac{A_{sp}(\text{tumore})}{A(\text{somministrata}) \times \rho} m_{\text{paziente}}$
- Tumor Non-tumor Ratio (TNR): $TNR = \frac{SUV(\text{tumore})}{SUV(\text{limitrofo})}$

In genere si cerca $SUV \sim 5$

4.3 Decadimenti alpha

Si definiscono decadimenti α quelli della seguente forma:



ovvero, prevedono l'emissione di un nucleo di ${}^4_2 He$, comunemente noto come *particella alpha*. Siccome i prodotti di reazione sono due, nel sistema di riferimento dell'atomo che decade essi sono prodotti back to back con stesso impulso per conservazione della quantità di moto. Valgono le seguenti uguaglianze:

$$Q = T_y + T_\alpha = \frac{p^2}{2m_y} + \frac{p^2}{2m_\alpha} = \frac{m_\alpha}{m_y} T_\alpha + T_\alpha \quad (4.14)$$

Da cui

$$T_\alpha = \frac{Q}{1 + \frac{m_\alpha}{m_y}} \quad (4.15)$$

Da cui si deduce che per decadimenti di atomi con A elevato, in cui anche il prodotto di decadimento Y ha massa elevata, ho $T_\alpha \simeq Q$.

Nota: un decadimento può portare alla creazione di un prodotto che non è nel suo stato di spin nucleare fondamentale (stato eccitato), ma decade in esso emettendo raggi γ

Si osserva che c'è una relazione tra la vita media di un certo radionuclide e l'energia con cui vengono emesse le particelle α . Tale relazione prende il nome di *legge di Geiger-Nuttall*:

$$\log_{10} \tau = a + b \log(E) \quad (4.16)$$

dove a e b sono due costanti empiriche ricavabili come parametri del fit dei dati sperimentali con la relazione suddetta.

Nota: si usa il ${}^{223}Ra$ per curare le metastasi nelle ossa o nella prostata perché mima il Calcio

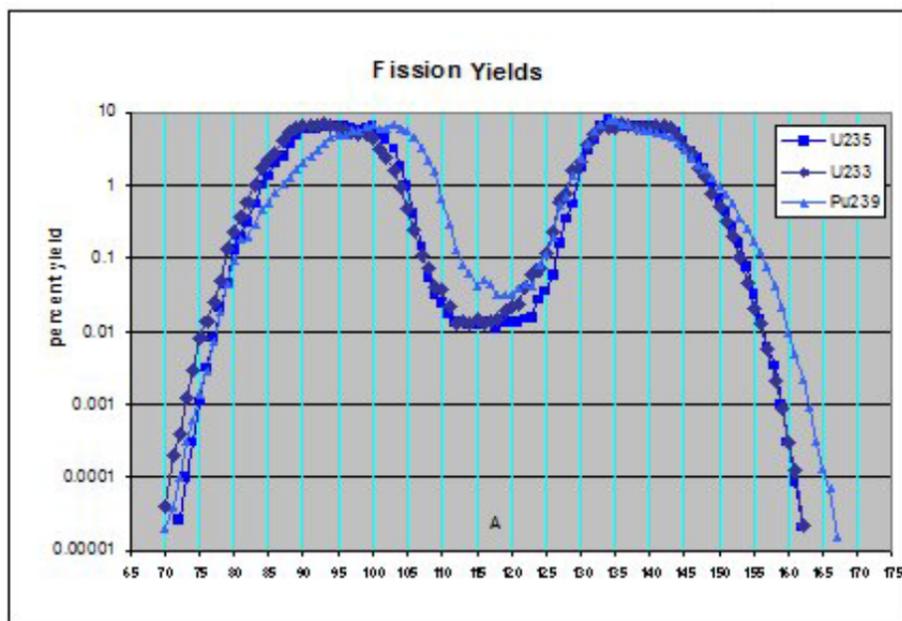


Figura 4.3: Distribuzione di probabilità dei prodotti della fissione dell' ^{235}U , del ^{233}U e del ^{239}Pu . Si osserva che la produzione di due nuclei con massa simile è improbabile. Molto più probabile è la produzione di un nucleo pesante ed un nucleo leggero.

4.4 Fissione Spontanea

La fissione spontanea consiste nel decadimento di un nucleo pesante in due nuclei più leggeri con probabile produzione di neutroni. A causa dell'elevata barriera di potenziale che è necessario superare affinché la reazione avvenga, il processo di fissione spontanea diventa possibile solo per nuclei molto pesanti. Il nucleo più leggero per cui si osserva fissione spontanea è ^{226}Ra , mentre tale processo accade con una probabilità paragonabile a quella di decadimento α in alcuni isotopi dell'uranio. Il branching ration della fissione spontanea diventa dominante solo per $A > 260$. I prodotti di fissione sono normalmente lontani dalla curva di stabilità e decadono a loro volta β^- . I prodotti di decadimento prodotti da una fissione spontanea hanno numero di massa *asimmetrico*, ovvero vengono preferibilmente prodotti con A diverso, come mostrato nella figura 4.3. Il valore di differenza nel numero di massa tra i prodotti di fissione più probabile è ~ 45 .

4.5 Decadimenti Beta

I decadimenti beta sono trasformazioni isobariche che avvengono per interazione debole e includono la presenza di un elettrone o un positrone. Sono di tre tipi:

$$\beta^- : \quad n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{ovvero, atomicamente} \quad {}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad (4.17)$$

$$\beta^+ : \quad p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e \quad \text{ovvero, atomicamente} \quad {}^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e \quad (4.18)$$

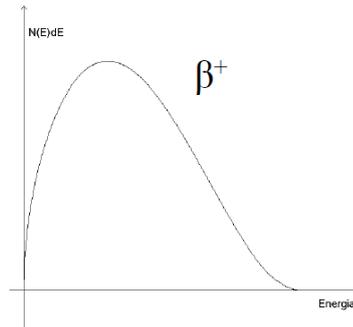
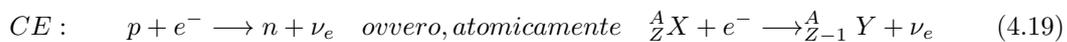


Figura 4.4: Distribuzione dell'energia del positrone prodotto in un decadimento β^+ . La probabilità che esso abbia energia nulla è zero.



Osserviamo che in tutte le reazioni il numero di massa totale dell'atomo si conserva mentre cambia il suo numero atomico. Fuori dal nucleo atomico è impossibile che avvengano decadimenti β^+ perché la massa del protone è inferiore a quella del neutrone. Invece le reazioni β^- avvengono fuori dal nucleo con un tempo di decadimento molto breve e portano alla produzione di neutroni liberi. Osserviamo inoltre che quando avviene cattura elettronica all'interno di un nucleo, l'elettrone che partecipa alla reazione viene da una delle shell elettroniche più interne. In seguito all'assorbimento di un elettrone interno, gli elettroni che popolano le shell più esterne tendono a muoversi verso i livelli inferiori producendo intensa radiazione X.

Per i decadimenti α , data la presenza di un nucleo figlio massivo e di una particella α più leggera, il Q_{value} del decadimento veniva quasi interamente convertito in energia cinetica della particella α . In questo caso l'energia cinetica con cui viene emesso un' α dipende dal tipo di decadimento, ed è uguale per tutti gli alpha prodotti da uno stesso nucleo padre. I decadimenti β invece, sono decadimenti in 3 corpi in cui vengono prodotte due particelle *leggere*: il neutrino e l'elettrone/positrone. In questo caso, come si può vedere nelle figure (4.4) e (4.5) le distribuzioni di energia con cui vengono prodotti elettroni e positroni sono diverse perché è diversa la percentuale di Q_{value} convertita nell'energia cinetica della particella rivelabile. Il punto estremo della distribuzione di energie degli elettroni in queste due reazioni è detto End Point, ed è dato dalla condizione in cui il Q_{value} viene interamente convertito in energia cinetica dell'elettrone/positrone (e quindi il neutrino viene prodotto fermo).

Indicando con M_* le masse atomiche e con m_* le masse nucleari, nei decadimenti β^- si osserva che

$$M_x = m_x + Zm_e \quad M_y = m_y + (Z + 1)m_e \quad (4.20)$$

$$Q_{\beta^-} = m_x - m_y - m_e \quad (4.21)$$

è facile osservare che $M_x - M_y = m_x - m_y - m_e$. Allora possiamo dire:

$$Q_{\beta^-} = M_x - M_y \quad (4.22)$$

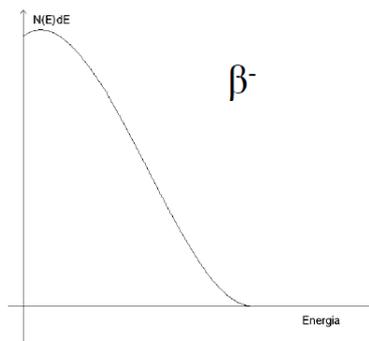


Figura 4.5: Distribuzione dell'energia dell'elettrone prodotto in un decadimento β^- .

Ciò ci dice anche che condizione necessaria e sufficiente a far avvenire un decadimento β^- è che la massa del nucleo padre sia maggiore della massa del nucleo figlio.

Per il decadimento β^+ invece:

$$M_x = m_x + Zm_e \quad M_y = m_y + (Z - 1)m_e \quad (4.23)$$

$$Q_{\beta^+} = m_x - m_y - m_e \quad (4.24)$$

Si osserva facilmente che $M_x - M_y = m_x - m_y + m_e = Q_{\beta^+} + 2m_e$. Ovvero

$$Q_{\beta^+} = M_x - M_y - 2m_e \quad (4.25)$$

Allora condizione necessaria e sufficiente a far avvenire un decadimento β^+ è che la differenza di masse atomiche tra nucleo padre e nucleo figlio sia almeno due volte la massa dell'elettrone: $M_x - M_y > 2m_e$.

In natura, con l'eccezione del ^{40}K , non esistono radionuclidi che decadono β^+ . I numerosi radionuclidi β^+ comunemente usati per attività di ricerca o nella pratica medica, vengono prodotti artificialmente.

Nel caso della *Cattura Elettronica*, un nucleo può catturare un elettrone da una shell atomica, trasformare un protone in neutrone ed emettere un neutrino con la seguente reazione:



Poichè la massa di Y è molto più grande rispetto a quella del neutrino, quest'ultimo viene praticamente emesso sempre con la stessa energia. In questo caso il Q_{value} ci porta a porre il seguente vincolo:

$$M_x + m_e > M_y \quad (4.27)$$

Allora riassumendo in scala di energie crescente i decadimenti possibili sono i seguenti:

- Cattura Elettronica se $M_x - M_y > -m_e$
- Decadimento β^- se $M_x - M_y > 0$
- Decadimento β^+ se $M_x - M_y > 2m_e$

- Decadimento α se $M_x - M_y > m_\alpha$

Quinta Esperienza

- Trovare una lista di isotopi di C, Na, F, P, Ga, I, Re, Lu, Y e Sr con decadimenti $\beta+$ e $\beta-$ dominanti con un tempo di dimezzamento compreso tra 1 minuto e 10 giorni.
- Per ogni isotopo scrivere tempo di dimezzamento, end point e range proiettato per energie che siano pari a metà dell'end-point.

4.6 Emissione gamma

I nuclei figli prodotti da decadimenti β possono trovarsi in stati diversi da quello fondamentale. Gli isotopi figli che si trovano in uno stato eccitato, decadranno verso lo stato fondamentale (ovvero passare da un livello energetico più alto verso uno più basso) emettendo raggi γ .

La transizione può avvenire con un unico salto e produzione di un unico fotone la cui energia sarà pari alla differenza tra i livelli energetici di partenza e arrivo, o con più salti intermedi e la produzione di una cascata di raggi γ .

Si dice emissione gamma e non decadimento gamma poichè non vi è correlazione tra il numero di atomi che passano allo stato fondamentale e il numero di fotoni emessi. La vita media di tali stati è dell'ordine del picosecondo, poco più di quella dei decadimenti beta. Vi sono tuttavia alcune eccezioni, gli *stati metastabili*, caratterizzato da una vita media maggiore. Un radioisotopo metastabile largamente usato in fisica medica (in particolare per gli esami SPECT) è il ^{99m}Tc , prodotto dal decadimento beta- del ^{99}Mo , che ha vita media di 6 ore. L'emissione gamma è in competizione con un altro fenomeno che può avvenire in presenza di un nucleo in stato eccitato: la *Conversione Interna*. Ciò consiste nel fenomeno per cui l'energia in eccesso del nucleo viene direttamente trasferita ad un elettrone che viene ionizzato ed assume energia finale:

$$E_{e^-} = E_{s.eccitato} - I \quad (4.28)$$

Nota: Per possibili decadimenti gamma con le loro probabilità si consulta questo sito:

4.7 Equilibrio Secolare

Un fenomeno interessante si verifica quando un nucleo padre con tempo di vita medio τ_f decade in un nucleo figlio con tempo di vita τ_d una frazione Φ di volte. Ricordando che abbiamo definito l'attività come $A = \lambda N = \frac{N(0)}{\tau} e^{-t/\tau}$, segue che il numero totale di nuclei figli aumenta grazie ai decadimenti dei nuclei padre e diminuisce a causa del suo stesso decadimento:

$$\frac{dN_d}{dt} = -\Phi \frac{dN_f}{dt} - \frac{\partial N_d}{\partial t} = \Phi \frac{N_f}{\tau_f} - \frac{N_d}{\tau_d} \quad (4.29)$$

Integrando ottengo

$$N_d(t) = \frac{\Phi}{\frac{\tau_f}{\tau_d} - 1} N_f(0) (e^{-t/\tau_f} - e^{-t/\tau_d}) \quad (4.30)$$

Passando da Numero di isotopi ad attività dividendo per τ_d si ottiene:

$$A_d(t) = \frac{\Phi}{\frac{\tau_f}{\tau_d} - 1} A_f(0) \frac{\tau_f}{\tau_d} (e^{-t/\tau_f} - e^{-t/\tau_d}) = \frac{\Phi}{1 - \frac{\tau_d}{\tau_f}} A_f(0) (e^{-t/\tau_f} - e^{-t/\tau_d}) \quad (4.31)$$

Analizziamo adesso i casi limite. Se $\tau_d \ll t \ll \tau_f$, come nel $^{99}\text{Mo} \rightarrow ^{99m}\text{Tc}$, avrò:

$$A_d(t) = \Phi A_f(t) \quad (4.32)$$

Ovvero l'attività del nucleo figlio sarà solo scalata di un certo fattore rispetto a quella del padre.

Invece quando ho $\tau_f \sim t \ll \tau_d$, come nel ^{223}Ra , ottengo:

$$A_d(t) = \Phi \frac{\tau_f}{\tau_d} A_f(0) (e^{-t/\tau_f}) \quad (4.33)$$

Torniamo al primo caso e osserviamo cosa succede se estraiamo i nuclei figli dopo un tempo pari alla vita media τ_d . Grafico. Si possono creare dei generatori continui di Tecnezio con macchinari contenenti Molibdato $^{99}\text{MoO}_4^{2-}$ e Pertecnato $^{99m}\text{TcO}_4^-$. Altri esempi sono le famiglie naturali dell' ^{238}U , ^{232}Th e ^{235}U . Le attività di una famiglia sono tutte legate tra loro dalle equazioni differenziali di Bateman.

Osserviamo un esempio: $^{90}\text{Sr} \rightarrow ^{90}\text{Y} \rightarrow ^{90}\text{Zr}$. Quando prendo una certa quantità di Becquerel di ^{90}Sr sto prendendo anche la stessa attività di ittrio a meno di un fattore Φ . Qui si vede la differenza tra rate e attività: prendendo 1 Bq di stronzio ho 2 kHz di produzione di elettroni, uno dal decadimento dello Stronzio e uno dal decadimento dell'Ittrio.

Sesta Esperienza

Trovare coppie di nuclei padre-figlia in cui:

- *La figlia decade β con $\tau \sim 1 - 100\text{hr}$*
- *Il padre decade con $\tau \sim 100\text{d} - 10\text{y}$*

Capitolo 5

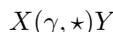
Reazioni Nucleari

Una reazione nucleare é un tipo di trasformazione che riguarda il nucleo di un atomo di uno specifico elemento, che viene convertito in un altro a diverso numero atomico, coinvolgendo le cosiddette forze nucleari. Il bombardamento del nucleo con nucleoni, fotoni o altri nuclei opportunamente accelerati, da luogo a vari processi consistenti in violente variazioni dell'energia e della quantità di moto delle particelle interagenti e, in molti casi, nella produzione di particelle diverse da quelle che hanno interagito. Per avere una reazione nucleare tra particelle cariche bisogna assicurare un'energia cinetica relativa adeguata per superare la barriera coulombiana in ingresso. Nelle reazioni nucleari i nuclei dei reagenti sono diversi dai nuclei dei prodotti finali, che possono essere sia degli isotopi (cioè atomi con lo stesso numero atomico, ma con differente numero di massa) dei reagenti iniziali, sia elementi chimici completamente differenti. L'energia minima necessaria che deve possedere un reagente, affinché la reazione abbia luogo, deve almeno eguagliare l'energia di barriera. Durante una reazione nucleare il numero di massa A (numero dei nucleoni = protoni + neutroni) e il numero atomico Z (numero dei protoni) sono conservati. La corretta nomenclatura prevede che la reazione $\alpha + {}^{14}_7N \rightarrow p + {}^{17}_8O$ venga indicata come ${}^{14}N(\alpha, p){}^{17}O$. In generale:



Dove X e x sono rispettivamente il nucleo iniziale e il proiettile e Y e y sono i frammenti prodotti dalla reazione. Possiamo avere una grande varietà di situazioni differenti, sia nello stato finale che in quello iniziale, in particolare possiamo raggruppare le reazioni nucleari in:

- **Fotodisintegrazione Nucleare:** un fotone estremamente energetico interagisce con un nucleo atomico causando la sua transizione ad uno stato eccitato ed un suo immediato decadimento in due nuclei minori:



- **Cattura Radioattiva Neutronica o Protonica:** una reazione nella quale un nucleo atomico e uno o più nucleoni collidono e si uniscono formando un nucleo atomico più pesante. L'energia e l'impulso sono conservate tramite l'emissione di un γ :



- **Scattering Elastico:** i canali d'entrata e d'uscita sono identici, nessuna particella nel canale d'uscita é in stato eccitato, l'energia cinetica del sistema nel centro di massa si conserva, varia invece la sua direzione di propagazione:

$$X(a, a)X$$

- **Scattering Inelastico:** nel canale d'uscita uno o più prodotti sono in stati eccitati e l'energia cinetica del proiettile non è conservata:

$$X(a, a)X^* \rightarrow X(a, a + \gamma)X$$

A differenza dei decadimenti nucleari (Cap.4) nelle reazioni nucleari il Q-value può essere $<$, $=$ o > 0 . In particolare a seconda del Q-value possiamo distinguere tre tipi di reazioni:

- $Q > 0$: reazioni esotermiche, ovvero spontanee (es. fissione, fusione). L'energia cinetica dello stato finale è maggiore di quella iniziale. Possono avvenire per qualsiasi energia del proiettile.
- $Q = 0$: reazioni elastiche.
- $Q < 0$: reazioni endotermiche, l'energia cinetica del proiettile, che sarà maggiore di quella dei frammenti, deve essere maggiore di una certa soglia affinché la reazione possa aver luogo.

In particolare, nel caso di un urto, come quello rappresentato in Fig. ??, tra una particella incidente i ed un bersaglio fisso b , con produzione di n particelle nello stato finale, si definisce energia di soglia della reazione l'energia cinetica K_i della particella incidente in corrispondenza della quale le particelle dello stato finale siano prodotte in quiete nel sistema del centro di massa. Nel sistema della particella b , l'energia cinetica di soglia risulta essere:

$$T_i > \frac{(\sum_{f=1}^n m_f)^2 - (m_i + m_b)^2}{2m_b} \quad (5.3)$$

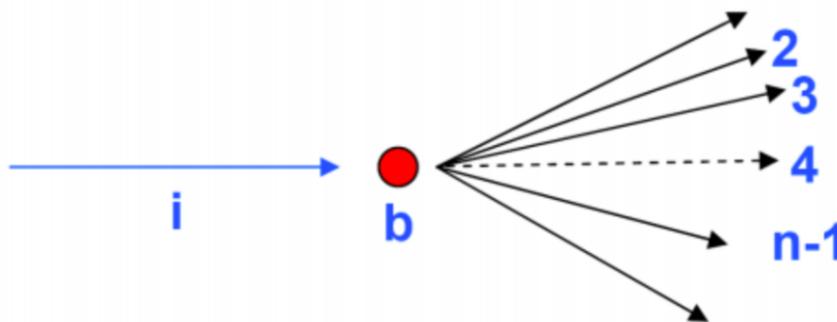


Figura 5.1: Urto di una particella i incidente su un bersaglio b con produzione di n particelle nello stato finale.

Nei prossimi paragrafi approfondiremo alcuni tipi di reazioni nucleari specialmente interessanti per le loro applicazioni.

5.1 Produzione di Radioisotopi

Alcune sostanze stabili possono essere rese radioattive tramite reazioni nucleari bombardando uno specifico bersaglio con un fascio di protoni. Un'applicazione immediata dei radioisotopi è il loro utilizzo nella PET. Infatti abbiamo visto che, affinché avvenga un decadimento β^+ , è necessario che gli isotopi abbiano un eccesso di protoni. La reazione nucleare per la produzione dei radioisotopi è governata da un meccanismo complesso e sono stati sviluppati diversi modelli per descriverlo. In particolare, secondo il modello nucleare composto proposto di Bohr (1936), le reazioni nucleari avvengono in due tempi diversi. Prima la particella incidente e il nucleo del bersaglio formano uno stato intermedio, il nucleo composto. In questa fase si ha cessione di energia cinetica e la particella condivide la sua energia con il nucleo. A causa di fluttuazioni statistiche una o più particelle nucleari possono acquisire un'energia che permette loro di lasciare questo stato. Si ha quindi un decadimento del nucleo composto che ha vita media tra i 10^{-15} e i 10^{-14} s. Durante questo tempo il nucleo composto esiste come entità a sé e l'energia è distribuita uniformemente tra i nucleoni. In fisica classica una particella di carica z può entrare in collisione con il nucleo solo se ha energia maggiore della barriera Coulombiana:

$$B = \frac{zZe^2}{r} \quad (5.4)$$

Dove Z è il numero atomico del nucleo del bersaglio, e la carica dell'elettrone, r il raggio nucleare. In meccanica quantistica invece, a causa dell'effetto tunnel, anche le energie più basse sono possibili. Per esempio nella reazione $^{18}\text{O}(p,n)^{18}\text{F}$, B corrisponde a 3.8MeV e anche per gli altri radioisotopi della PET i valori sono simili (Tab. 5.1). Dopo che la particella ha superato la barriera Coulombiana c'è un'altra condizione affinché abbia luogo una reazione nucleare: l'energia totale deve essere maggiore della massa dei prodotti del decadimento. Inoltre la sezione d'urto per la reazione deve essere abbastanza larga da ottenere un buon rendimento. Per gli isotopi PET la sezione d'urto è caratterizzata da molti picchi nella regione dai 10 ai 20 MeV. Per questo motivo i ciclotroni utilizzati per produrli lavorano proprio in questo range energetico (Tab. 5.1). Il modello matematico che descrive l'andamento dell'attività della sostanza così prodotta è molto

Tabella 5.1: Reazioni per la produzione di radioisotopi con relativa barriera Coulombiana (B) ed energia.

ISOTOPO	REAZIONE	B (unMeV)	ENERGIA (unMeV)
F_{18}	$^{18}\text{O}(p, n)^{18}\text{F}$	3.8	11-17
C_{11}	$^{14}\text{N}(p, \alpha)^{11}\text{C}$	3.1	11-17
N_{13}	$^{16}\text{O}(p, \alpha)^{13}\text{N}$	5.6	19
	$^{13}\text{C}(p, n)^{13}\text{N}$	5.6	11
O_{15}	$^{15}\text{N}(p, n)^{15}\text{O}$	2.6	11
	$^{14}\text{N}(d, 2n)^{15}\text{O}$	2.6	6

simile a quello di nuclei padri e figlie visto nel capitolo sui decadimenti nucleari. In particolare, per stimare l'attività di produzione, bisogna tenere in considerazione il decadimento durante l'irradiazione e gli effetti di saturazione, rilevanti già per tempi di bombardamento dell'ordine della vita media. Chiamando \mathbf{P} il **tasso di produzione**, il numero di atomi $N(t)$ irradiati obbediscono all'equazione:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N + P \quad (5.5)$$

La cui soluzione è:

$$N = \frac{P}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \quad (5.6)$$

a cui corrisponde un'attività:

$$A = \lambda N = P(1 - e^{-\lambda t}) \quad (5.7)$$

Dove il termine $(1 - e^{-\lambda t})$ è chiamato *fattore di saturazione*, $\lambda = \frac{1}{\tau}$ è la *costante di decadimento* e τ la vita media dell'isotopo. La Fig. 5.2 mostra il rapporto tra attività e tasso di produzione in

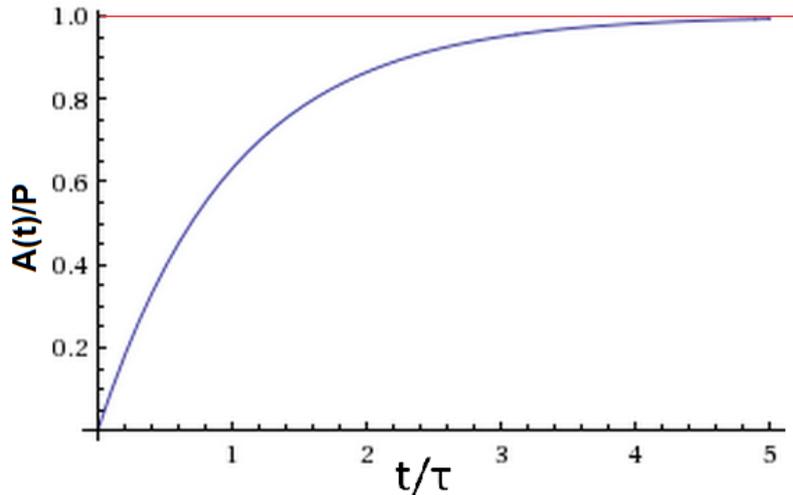


Figura 5.2: Attività di di un radionuclide prodotto con un tasso di produzione costante.

funzione del rapporto tra il tempo e la vita media. Si può notare che il processo di produzione comincia ad essere inefficiente già dopo una vita media. Con il passare del tempo si raggiunge la saturazione, cioè l'attività prodotta è al massimo e il termine di saturazione tende sempre di più ad 1. Dunque, essendo il tasso di produzione uguale a quello di decadimento, è inutile continuare con il bombardamento. La corrente del fascio usata nella produzione dei radioisotopi è direttamente collegata alla sezione d'urto e alla quantità di attività richiesta. Questi sono limitati dalla potenza massima che il bersaglio può sopportare senza essere danneggiato. La sezione d'urto può essere espressa come:

$$\sigma = \frac{P}{Inx} \quad (5.8)$$

dove I è la corrente del fascio in μA , n il numero di nuclei bersaglio per cm^3 , x lo spessore del bersaglio in cm^2 . Invertendo la relazione ed esprimendo n in funzione della densità del materiale ρ (g/cm^3) si ottiene l'espressione del tasso di produzione in funzione della sezione d'urto:

$$P = \sigma \frac{I\rho x}{A2.678 \times 10^{-10}} \quad (5.9)$$

Dove A è la massa atomica del bersaglio. Assumendo una sezione d'urto di $100mb$, il tipico valore della produzione di ^{18}F che si ottiene è $P=9 \frac{GBq}{microA}$. I ciclotroni possono di solito produrre attività dell'ordine dei $100-200unGBq$ di ^{18}F in $60-90$ minuti di irradiazione ad un fascio di corrente totale di $50-80 microA$. Dopo la sintesi questo corrisponde a circa $50-100unGBq$ di FDG, abbastanza per $2-4$ centri PET ad un'ora di distanza dal centro di produzione somministrandola a 10 pazienti per ogni centro. La dose somministrata per ogni trattamento è infatti di $400-500unMBq$. Dove Z è il numero atomico del nucleo del bersaglio, e la carica dell'elettrone, r il raggio nucleare.

5.2 Frammentazione

Un'altra reazione che può avvenire quando una particella carica interagisce con un nucleo bersaglio è la frammentazione nucleare. Questo processo è di particolare importanza soprattutto per quanto riguarda l'adroterapia. Infatti alle energie richieste per questa terapia (diverse centinaia di MeV) il trattamento è significativamente influenzato da processi di frammentazione nucleare che causano un'attenuazione del flusso del fascio primario al crescere della profondità di penetrazione e portano alla formazione di frammenti con Z minori del bersaglio o del proiettile primari. In base al valore del parametro d'impatto rispetto al raggio delle particelle interagenti, è possibile distinguere le collisioni in *centrali* e *periferiche*. Il primo caso si ha quando il parametro di impatto è molto piccolo e quindi tutti i nucleoni, sia del bersaglio che del proiettile, possono partecipare alla reazione creando un'elevata molteplicità di frammenti. All'aumentare del parametro d'impatto si hanno collisioni periferiche in cui la sovrapposizione tra la regione del proiettile e quella del bersaglio sono molto piccole con una conseguente fusione incompleta dei nuclei. Di conseguenza si osservano pochi frammenti e soprattutto con velocità approssimativamente uguali a quelle del proiettile, in avanti nella stessa direzione del fascio. La sezione d'urto è funzione dell'energia del proiettile e, mentre ad alte energie è molto più probabile una fusione parziale, per energie nella regione del picco di Bragg (ovvero alla fine del loro percorso e quindi con bassa energia) la probabilità di fusione completa raggiunge valori di circa 40-50% dipendentemente dalla massa del proiettile. Le collisioni periferiche avvengono in due passaggi che si verificano in due scale temporali

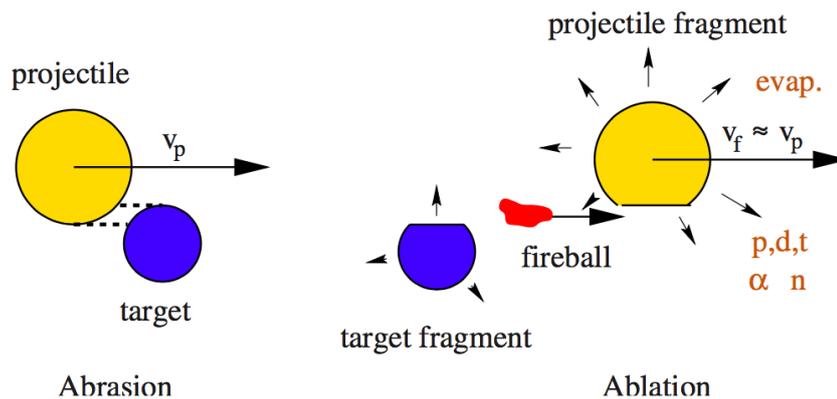


Figura 5.3: Modello abrasion-ablation di collisioni periferiche ad alte energie [Serber:nuclear].

differenti (modello di *abrasione-ablazione*, Fig. 5.3); In un primo momento, con tempi caratteristici dell'ordine di $10^{-23} s$, l'interazione trasferisce una certa quantità di energia di eccitazione al nucleo bersaglio nella zona di sovrapposizione mentre il resto del nucleo fa da spettatore (Abrasion). In questa fase vengono emesse particelle leggere. I frammenti del proiettile seguono la traiettoria iniziale approssimativamente mantenendo la stessa velocità, mentre i frammenti di rinculo del bersaglio si muovono più lentamente. Successivamente il sistema si termalizza e i rimanenti frammenti di proiettile e bersaglio si diseccitano per evaporazione di neutroni, protoni e nuclei leggeri, fissione e emissione di raggi gamma (Ablazione). Il tempo caratteristico di emissione di particelle varia tra i $10^{-21} s$ e $10^{-16} s$ per energie di eccitazione rispettivamente di 200 MeV e 10 MeV. Quando avviene una frammentazione, che sia del proiettile, del bersaglio o di entrambe le parti, la massa totale deve conservarsi così come la carica totale. Per quanto riguarda la terapia con particelle, un fascio di protoni comporta esclusivamente la frammentazione dei nuclei del

bersaglio, cioè l'evaporazione del bersaglio eccitato a seguito della collisione con la conseguente produzione di particelle leggere. La velocità di questi frammenti è molto piccola e quindi il loro range non supera i pochi micron depositando così l'energia vicino al punto in cui avviene la collisione. Nel caso di fasci di particelle con $Z > 1$ invece la frammentazione del bersaglio contribuisce solo in piccola parte ed è dominante quella del proiettile. La maggior parte dei frammenti carichi, prodotti nella frammentazione del fascio incidente, ha una velocità simile a quella del proiettile ma dimensioni minori. Considerando che per particelle con la stessa velocità l'andamento del range va come A/Z^2 , i frammenti ($Z_{framm} < Z_{proiettile}$) depositeranno la loro energia a profondità di penetrazione oltre il picco di Bragg del proiettile, creando una coda che invece è assente nel caso di fasci di protoni. Questo fenomeno è evidente in Fig. 5.4 dove è rappresentato il contributo della ionizzazione dovuto al fascio primario e ai frammenti secondari e terziari. Si può notare che dopo il picco di Bragg è presente una coda dovuta proprio a questo fenomeno.

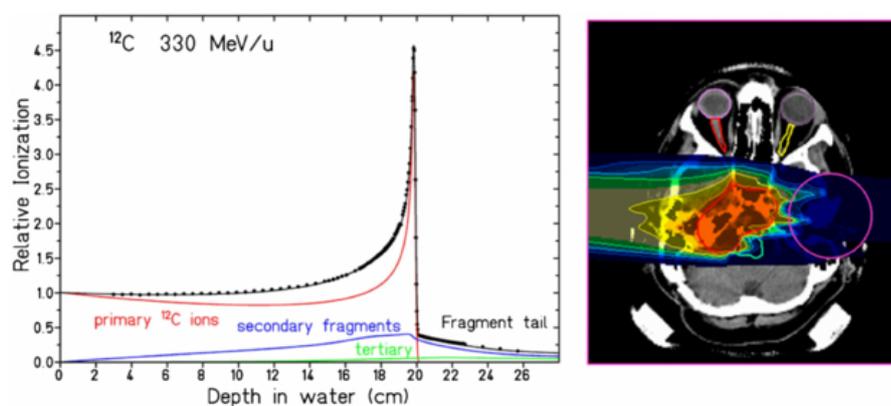


Figura 5.4: A sinistra la ionizzazione in acqua di un fascio di ioni Carbonio di 330 MeV/u. La linea nera indica il contributo totale mentre le linee rossa, blu e verde evidenziano il contributo rispettivamente del fascio primario, dei frammenti secondari e di quelli terziari prodotti dalla frammentazione dei secondari stessi. A destra la rispettiva dose simulata sulla CT di un paziente. In viola è evidenziata la coda dovuta ai frammenti.

5.3 Attivazione Neutronica

L'attivazione neutronica è un processo in cui un flusso di neutroni induce radioattività in un materiale. In particolare avviene quando un nucleo atomico cattura neutroni liberi, diventando più pesante ed entrando in uno stato eccitato. I nuclei eccitati spesso decadono immediatamente emettendo raggi gamma o particelle beta, alfa, prodotti di fissione e neutroni. Questi nuclei radioattivi possono esibire tempi di dimezzamento che vanno da piccole frazioni di un secondo fino a molti anni. L'attivazione con neutroni può essere sfruttata per l'analisi per attivazione neutronica, ovvero uno dei metodi più sensibili e specifici per la ricerca di elementi in tracce. Non richiede la preparazione del campione oppure la sua solubilizzazione e può dunque essere applicata a oggetti che devono rimanere intatti, come ad esempio opere d'arte di grande valore. Anche se l'attivazione induce radioattività nell'oggetto in questione, il suo livello sarà tipicamente basso e la sua emivita corta, dunque i suoi effetti presto spariscono. In questo senso, la procedura di attivazione neutronica è un metodo di analisi non distruttiva.

Capitolo 6

Dosimetria

La dosimetria è una branca a cavallo tra la fisica e la medicina che si occupa del calcolo e della misura della dose assorbita dalla materia quando sottoposta sia alle radiazioni ionizzanti sia alle radiazioni non ionizzanti. Questa quantificazione è necessaria sia per esposizioni accidentali alla radiazioni che per esposizioni intenzionali a radiazioni per fini terapeutici.

I danni che una radiazione può causare riguardano in particolare il DNA che contiene le istruzioni genetiche usate per la crescita, lo sviluppo, il funzionamento e la riproduzione delle cellule. Il diametro della cellula è di $\sim 10 \div 100 \mu\text{m}$ mentre le due eliche che compongono il DNA sono distanti tra loro 2 nm e sono contenute nella cromatina del nucleo il cui diametro è $\sim 3 \mu\text{m}$ (Fig. 6.1).

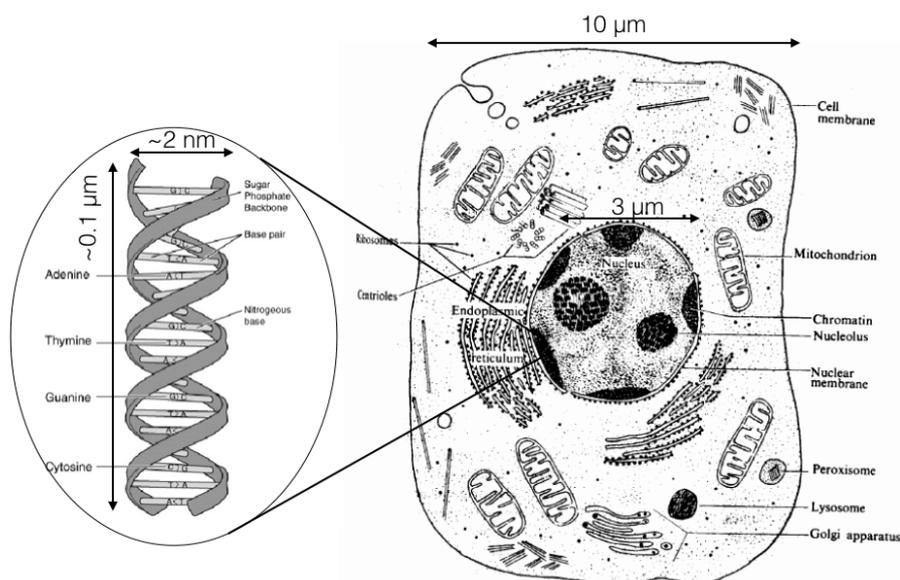


Figura 6.1: Rappresentazione di una cellula animale in cui sono specificate le dimensioni del nucleo e del DNA.

Nella Fig. 6.2 è possibile vedere un esempio di rottura del DNA da parte di un fascio di fotoni: quando una radiazione neutra attraversa il corpo del paziente, ionizza le cellule, sia sane

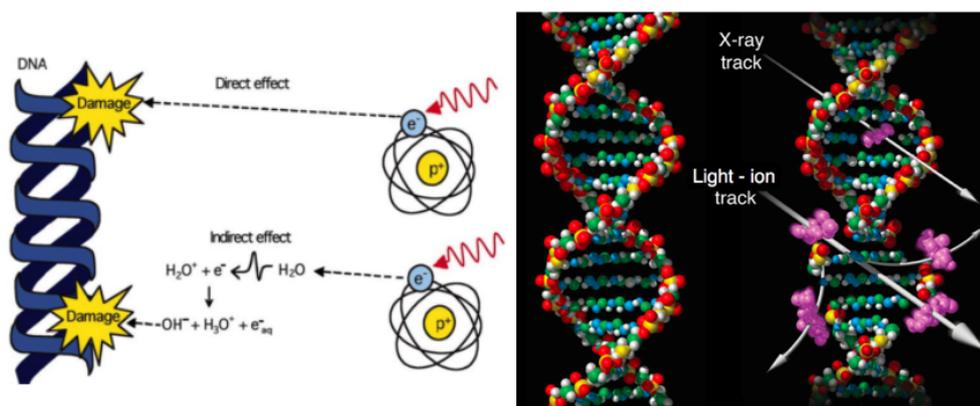


Figura 6.2: A sinistra un'elica di DNA rotta dall'azione diretta di un elettrone ionizzato dovuto al passaggio di una radiazione gamma, e dall'azione di radicali liberi (OH) indotti da una radiazione ionizzante di un fotone nel tessuto cellulare. A destra un esempio della differenza di danni causati da fotoni e ioni leggeri.

che tumorali. Gli elettroni prodotti possono colpire direttamente il DNA della cellula (rottura diretta), creando danni più sostanziosi, o a loro volta ionizzare l'acqua, che compone l'80% del corpo umano, producendo radicali liberi (OH, O). Questi radicali sono chimicamente molto reattivi e, sebbene abbiano una vita molto breve, possono raggiungere i nuclei delle cellule e danneggiare il DNA (rottura indiretta).

Le cellule hanno un sistema di riparazione estremamente elaborato e se non danneggiate opportunamente in entrambe le eliche non portano alla morte della cellula. Gli effetti della radiazione possono essere distinti in stocastici o non-stocastici. Gli effetti stocastici sono quelli che si verificano con una certa probabilità e non necessitano di una soglia di esposizione minima per verificarsi. Inoltre tali effetti non dipendono dall'intensità della radiazione. Gli effetti non stocastici invece sono prevedibili ed avvengono quando la quantità di radiazione assorbita dall'organismo supera un certo livello di intensità. La loro gravità inoltre dipende dall'intensità della radiazione.

Infine i danni da radiazione si possono dividere in somatici e genetici, a dipesa dal fatto che le cellule colpite siano quelle somatiche o quelle germinali. L'unità di misura utilizzata per quantificare i danni è la Dose e la capacità di creare danni irreparabili dipende dal LET del fascio incidente e dall'efficacia biologica relativa.

6.1 Dose assorbita e LET

Una grandezza utilizzata in fisica medica è la *dose assorbita*, definita come l'energia media depositata dalle radiazioni ionizzanti (E) per unità di massa (m):

$$D = \frac{dE}{dm} \quad \left[1\text{Gy} = 1 \frac{\text{J}}{\text{Kg}} \right] \quad (6.1)$$

dove l'unità di misura utilizzata nel sistema di unità internazionale (SI) è il Gray.

È possibile calcolare la quantità di dose rilasciata in un materiale di densità ρ per un fascio di particelle parallelo di flusso F (dN particelle che attraversano una superficie dS) tramite la

seguinte formula:

$$D[Gy] = 1.6 \times 10^{-9} \times \frac{dE}{dx} \left[\frac{keV}{\mu m} \right] \times F[cm^{-2}] \times \frac{1}{\rho} \left[\frac{cm^3}{g} \right] \quad (6.2)$$

in cui $\frac{dE}{dx}$ è lo *stopping power*, cioè la perdita di energia per unità di lunghezza che comprende i contributi di tutti i tipi di interazione.

Una quantità collegata alla dose è il *trasferimento lineare di energia* (**LET**, *Linear Energy Transfer*) che descrive quanta energia una particella ionizzante trasferisce alla materia attraversata per unità di distanza. Il LET dipende solo dall'energia persa dalle particelle cariche a causa delle collisioni elettroniche:

$$LET_{\Delta} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\Delta} \left[\frac{keV}{\mu m} \right] \quad (6.3)$$

Tiene in considerazione solo l'energia depositata nella vicinanza della traccia escludendo le interazioni più lontane dovute agli elettroni secondari con energia maggiore di Δ . In radiobiologia si sceglie $\Delta = 100 \text{ eV}$, questo limite è introdotto per escludere i *raggi delta*, cioè elettroni secondari prodotti dagli elettroni liberati nelle ionizzazioni prodotte dalle particelle cariche primarie, che portano energia lontano dalla traccia originale. Se invece la Δ viene posta all'infinito questa quantità comprende tutti i contributi alla perdita di energia di una particella e quindi coincide con lo *stopping power*.

6.2 Danni causati dalla ionizzazione

C'è una correlazione diretta tra il LET e i danni causati al DNA. Nella Fig. 6.3 è possibile vedere un confronto del LET tra fasci composti da fotoni, ioni carbonio e protoni. In particolare è messa in risalto la distanza (indicata con d) tra due ionizzazioni adiacenti. Il valore del LET dipende dalle velocità e dalla carica della particella ionizzante. I protoni e le altre particelle adroniche hanno un LET elevato in quanto, grazie alla loro massa e/o alla loro carica, trasferiscono energia più facilmente dei fotoni che sono invece indirettamente ionizzanti. È infatti necessario irradiare con un grande numero di fotoni per avere un rilascio di dose sufficiente ad uccidere le cellule tumorali. Le interazioni dei fotoni, classificate come "*scarsamente ionizzanti*", sono distribuite casualmente nel tessuto e quindi la densità di ionizzazione può essere considerata omogenea, per un trattamento tipico di un fascio di fotoni $d \sim 200 \text{ nm}$ per tutto il percorso nel paziente. Per gli adroni invece la distribuzione del rilascio di dose varia visibilmente mano a mano che il fascio penetra nel corpo. I protoni raggiungono una distanza tra due ionizzazioni adiacenti dell'ordine dei 10 nm nel punto del picco di Bragg. Gli ioni carbonio sono definiti "*densamente ionizzanti*", in quanto lungo la loro traccia gli eventi di deposizione dell'energia sono estremamente ravvicinati partendo da $d \sim 4 \text{ nm}$ nel momento in cui il fascio entra nel paziente arrivando fino a $d \sim 0.3 \text{ nm}$ nel picco di Bragg. Considerando che la distanza tra le due eliche è circa 2 nm la probabilità di creare danni irreparabili è molto alta.

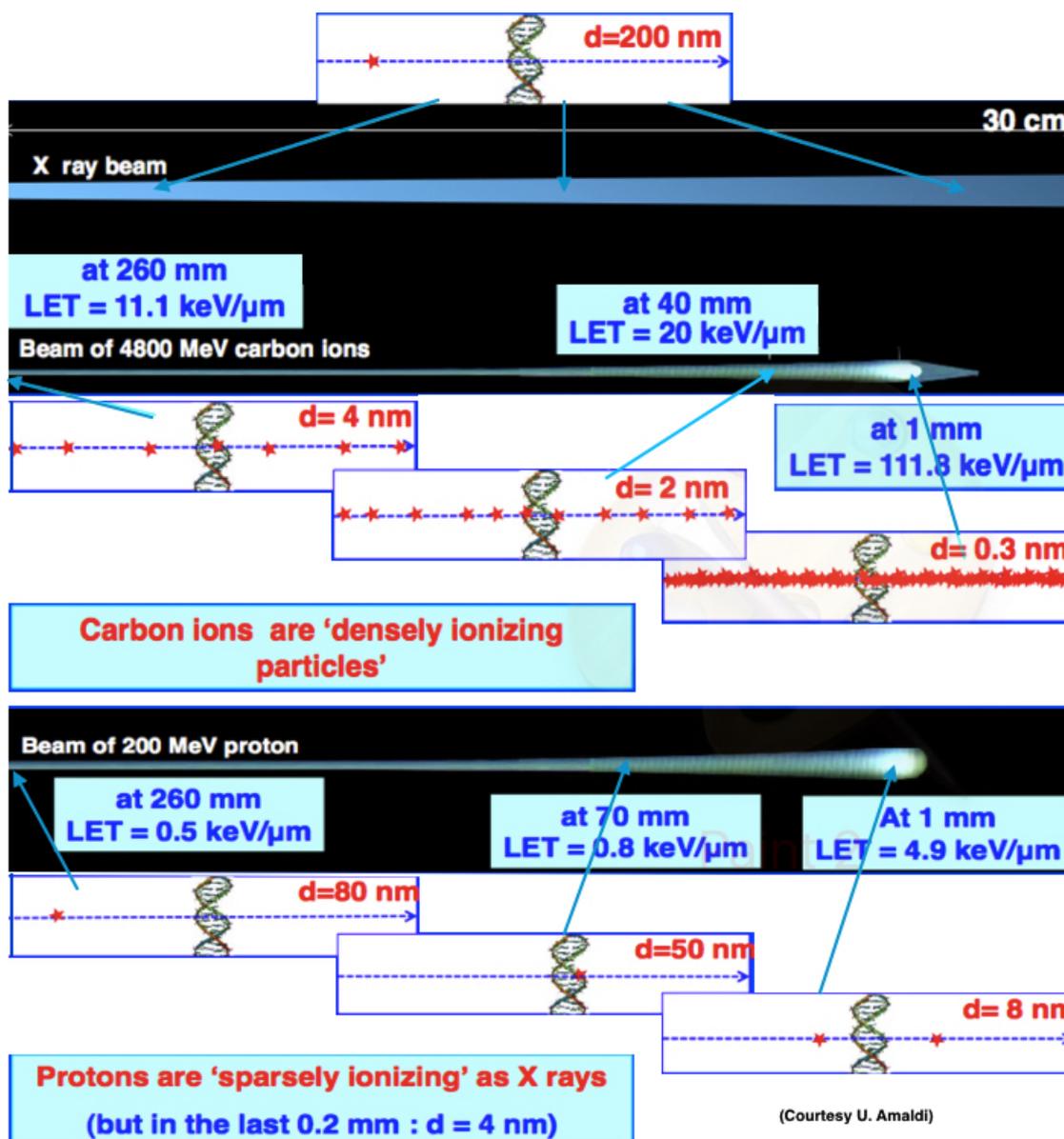


Figura 6.3: Confronto del LET di fasci composti da (in alto) raggi X, (al centro) ioni carbonio, (in basso) protoni; d indica la distanza media tra due ionizzazioni.

6.3 Efficacia biologica Relativa

La grandezza utilizzata per calcolare e predire il danno biologico dovuto alla radiazione incidente è l'*efficacia biologica relativa* (**RBE** *Relative Biological Effectiveness*). L'RBE è definito come il rapporto tra la dose D_x di una radiazione di riferimento (generalmente raggi X) necessaria per produrre un determinato effetto biologico e la dose D_i di un qualsiasi altro fascio incidente

necessaria per produrre lo stesso effetto:

$$RBE = \frac{D_x}{D_i} \quad (6.4)$$

Per valutare l'RBE, e confrontare così gli effetti biologici delle diverse radiazioni, vengono utilizzate le curve di sopravvivenza cellulare che mostrano la relazione tra la frazione di cellule che preservano l'integrità riproduttiva e la dose assorbita (Fig. 6.4). L'efficacia biologica oltre a dipendere dai parametri fisici (tipo di particella, dose e LET) dipende anche dai parametri biologici del corpo su cui è effettuato il trattamento. L'RBE è infatti diverso nei vari tipi di tessuti o organi e può variare anche all'interno del tumore stesso. Ogni tipo di radiazione è caratterizzata da una propria forma con diversi valori di RBE rispetto ai fotoni (RBE=1.0). In Fig. 6.4 è mostrato come, fissando un livello di sopravvivenza, si possono determinare graficamente i valori di RBE per un determinato tipo di radiazione.

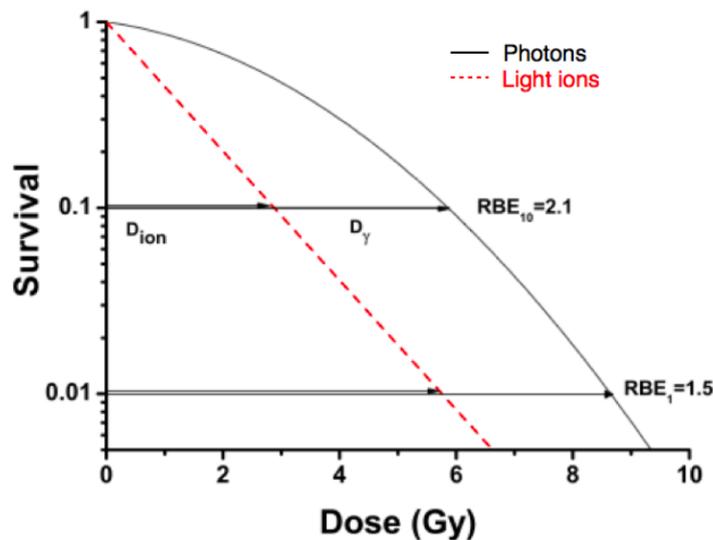


Figura 6.4: Curve di sopravvivenza cellulare per una radiazione di ioni leggeri (linea rossa tratteggiata) e fotoni (linea continua nera). Nella curva sono espressi i valori dell'RBE per i livelli di sopravvivenza del 10% e 1%.

In una rappresentazione logaritmica, la relazione tra la frazione di sopravvivenza e la dose per gli ioni leggeri è quasi esponenziale. Per i fotoni invece vi è un'iniziale diminuzione lineare seguita da una "spalla" per valori alti della dose.

Utilizzando il modello lineare quadratico sviluppato da E. Hall («Radiobiology for the radiologist» 2000), la frazione di sopravvivenza delle cellule irradiate con una dose D è descritta da:

$$S(D) = \frac{N_{soprav}}{N_{seed}} = e^{-(\alpha D + \beta D^2)} \quad (6.5)$$

in cui α e β sono due parametri sperimentali che misurano rispettivamente la quantità di danno letale e subletale. A seconda del tessuto e del tipo di tumore questi parametri caratterizzano la pendenza iniziale delle curve di sopravvivenza, l'andamento della curva invece è determinato dal rapporto $\frac{\alpha}{\beta}$.

6.4 Ossigenazione Cellulare

La presenza di ossigeno in un tessuto cellulare è in grado di potenziare l'effetto lesivo della radiazione tramite la formazione di radicali liberi. Le cellule irradiate con radiazioni a basso LET in presenza di ossigeno (aria) sono circa tre volte più sensibili delle stesse cellule irradiate in condizioni di severa ipossia (Fig. 6.5).

Il parametro che è stato introdotto per descrivere questo potenziamento è l'**OER** (*Oxygen Enhancement Ratio*) definito come:

$$OER = \frac{D}{D_O} \quad (6.6)$$

dove D è la dose necessaria per produrre un certo effetto in assenza di O_2 e D_O è la dose necessaria per produrre lo stesso effetto alla pressione di 101,3 kPa di O_2 .

I valori tipici dell'OER variano tra 1 (se il danno prodotto dalla radiazione non dipende dalla presenza dell'ossigeno) e 3 (se il danno prodotto dalla radiazione risente fortemente dalla presenza dell'ossigeno). L'effetto diventa trascurabile se si utilizzano radiazioni ad alto LET per le quali l'inattivazione cellulare non è mediata dai radicali idrogeno e idrossilico ma è dovuta direttamente alle ionizzazioni prodotte. Per questo motivo le radiazioni di adroni carichi risultano le più efficaci per il trattamento di tumori poco ossigenati.

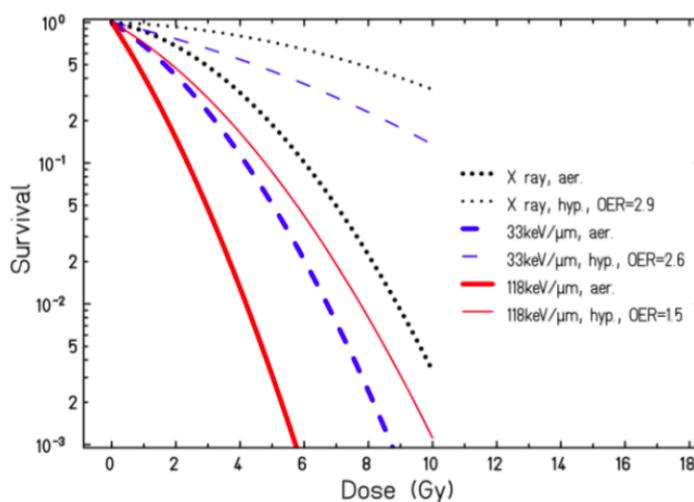


Figura 6.5: Curva di sopravvivenza di cellule renali umane in funzione della dose di cellule irradiate in presenza di O_2 (linea più spessa) e in condizioni di severa ipossia (linea più sottile) per diverse energie e quindi diverso LET. In blu è rappresentata l'influenza del livello di ossigeno per ioni carbonio a 33 keV/ μm , in rosso a 118 keV/ μm . In nero invece è possibile osservare la variazione per i raggi X.

6.5 Esposizione

L'esposizione è una grandezza esclusivamente legata alla radiazione neutra (raggi x e raggi γ). È definita come il rapporto tra la carica ΔQ prodotta in un mezzo quanto tutti gli elettroni liberati

dai fotoni in un elemento di volume di massa Δm sono completamente fermati nel mezzo:

$$X = \frac{\Delta Q}{\Delta m} \quad (6.7)$$

La vecchia unità di misura usata per l'esposizione è *Roentgen*:

$$1 \text{Roentgen} = 2,58 \times 10^{-4} \frac{C}{kg} \quad (6.8)$$

Nel SI l'unità che viene usata per l'esposizione è $\frac{C}{kg}$ ma non viene mai realmente usata.

C'è un modo indiretto di calcolarla. Se esprimo $dQ = \frac{eE_\gamma dN}{w}$ dove e è la carica dell'elettrone, E_γ l'energia della radiazione neutra incidente, dN il numero di cariche accelerate e w è l'energia di ionizzazione media (34 eV in aria), e se esprimo l'unità di massa come $dm = \rho A dx$, allora ho:

$$X = \frac{1}{\rho} \frac{e}{w} \frac{E_\gamma dN}{A dx} = \frac{e \mu N E_\gamma}{w \rho A} = \frac{e \mu E_\gamma \phi}{w \rho} \quad (6.9)$$

Dove si è tenuto conto del fatto che $\frac{N}{A} = \phi$ e che $\frac{dN}{dx} = \mu N$.

Spesso si può sentir parlare anche del rate di esposizione, che non è altro che la derivata nel tempo dell'esposizione.

Nel caso specifico di sorgenti puntiformi di raggi γ vale anche la seguente legge:

$$\frac{dX}{dt} = \Gamma \cdot \frac{A}{d^2} \quad (6.10)$$

Dove Γ è un coefficiente specifico di ogni sorgente, A è l'attività di quella sorgente (cap), d è la distanza da tale sorgente.

Confrontando l'espressione della dose per i fotoni e l'esposizione, osserviamo che:

$$X = \frac{e}{w} \frac{\mu}{\rho} E_\gamma \phi = \frac{e}{w} D \quad (6.11)$$

Ora, sapendo che $\frac{w_{aria}}{e} = 8,74 \cdot 10^{-3} Gy/R$ possiamo calcolare la dose in qualunque materiale conoscendo l'esposizione in aria di una certa radiazione, ricordando che $D_{aria} = X_{aria} \frac{w_{aria}}{e}$ facendo come segue:

$$D_m = D_{aria} \frac{(\mu/\rho)_m}{(\mu/\rho)_{aria}} = X \frac{w_{aria}}{e} \frac{(\mu/\rho)_m}{(\mu/\rho)_{aria}} \quad (6.12)$$

6.6 Altre Grandezze di Dosimetria

La radiazione incidente di cui possiamo calcolare la dose può essere più o meno dannosa per un certo tessuto. Per tenere conto di queste differenze si vuole esprimere con una grandezza unica la valutazione stocastica dei danni biologici che quella dose di radiazione in media farà su quel tessuto. Tale grandezza è la dose equivalente.

$$H = D \cdot Q \quad (6.13)$$

Dove il fattore di proporzionalità Q è detto Quality Factor, e dipende dal tipo di radiazione incidente e dalla sua energia. L'unità di misura della dose equivalente è la seguente:

$$1 Sv = 1 \frac{J}{kg} \quad (6.14)$$

Si può notare che Gy e Sv sono analoghi ma vengono utilizzati rispettivamente per la dose assorbita e la dose equivalente.

La dose effettiva invece è la somma delle dosi equivalenti assorbite da ogni tessuto pesata con dei fattori che rappresentano la sensibilità di tale tessuto alla radiazione in considerazione.

$$E = \sum H_T W_T \quad (6.15)$$

I parametri W_T sono adimensionali, dunque l'unità di misura della dose effettiva rimane il Sievert.

Si definisce poi la Kinetic Energy Release in the Medium (KERMA), definita come segue:

$$\text{KERMA} = \frac{\Delta E_k}{\Delta m} \quad (6.16)$$

Anche questa si misura in Gray. È la somma dell'energia cinetica iniziale di tutte le particelle cariche liberate dalla ionizzazione delle particelle o dai fotoni in un elemento di volume di uno specifico materiale. Corrisponde alla dose se ΔE_k è proprio la differenza tra energia entrante ed uscente da un volumetto. Questa condizione è detta Charged Particle Equilibrium (CPE), e microscopicamente è verificata se ogni particella che porta via una certa energia dal volumetto è sostituita immediatamente da una particella identica che porta quella stessa energia nel volume. In generale mentre la dose è l'energia assorbita per unità di volume, la kerma è l'energia trasferita dalla particella o dal fotone originale in quella stessa unità di volume.

6.7 Strumenti di Dosimetria

Il dosimetro è un dispositivo usato per determinare l'esposizione individuale alle radiazioni ionizzanti. Un dosimetro ideale deve rispettare le seguenti proprietà:

- Alta accuratezza e precisione;
- Segnale lineare su un range ampio;
- Poca dipendenza dalla dose e dal rate di dose;
- Risposta in energia piatta;
- Indipendenza dalla direzione della radiazione incidente;
- Alta risoluzione spaziale;
- Range dinamico ampio.

Qualunque dosimetro perde linearità tra risposta e dose effettiva. Questo può avvenire per superlinearità o per saturazione. Il primo caso può anche essere utile avendo un software che si aspetta la superlinearità e la sfrutta per aumentare la risoluzione dello strumento.

Un esempio di dosimetro è la camera a ionizzazione. Di solito è cilindrica, delle dimensioni di una penna, con armatura esterna in grafite e interna in alluminio. Il segnale elettrico si può trasformare in una lettura di Exposure. Può anche essere a pozzo, per misurare grandezze relative a sorgenti puntiformi che si mettono sopra il pozzo. Questo tipo di camere ha alta sensibilità e può funzionare in maniera attiva.

Altro tipo di rivelatore è il Film Radiografico [FA], che consiste in un coating metallico che emette elettroni per effetto fotoelettrico quando è inciso da una radiazione, i quali vanno a ionizzare la sottostante emulsione di AgBr. A questo punto l'argento si neutralizza senza legarsi

di nuovo col bromo. L'argento è nero, dunque quello che osservo quando la pellicola è sottoposta a radiazione è un annerimento graduale. Infine si illumina la pellicola e ne si osserva l'opacità, stimabile come segue:

$$\text{OD} = \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (6.17)$$

L'opacità è poi una funzione monotona dell'exposure, e dunque è possibile ricavare quest'ultima grandezza.

Un Film Radiocromico invece è una pellicola contenente una tinta che polimerizza quando viene investita da radiazione e dunque mostra colore dopo essere stata colpita (GafChromic).

Altro tipo di dosimetri sono quelli che si basano su fenomeni di luminescenza quali fosforescenza e fluorescenza [Tld]. Attraverso il posizionamento di impurità si creano stati metastabili intermedi nel decadimento di elettroni eccitati dalla radiazione, che dunque passando per questi stati emettono luce visibile.

Infine vi sono i detector a semiconduttore in cui la radiazione ionizzante incidente crea coppie elettrone-lacuna che generano una corrente all'interno del semiconduttore.

Per quanto riguarda la dosimetria di neutroni si usano materiali che contengono nuclei ad alta sezione d'urto con i neutroni, così che la reazione crei particelle cariche, poi facilmente tracciabili.

Bibliografia e approfondimenti sulla dosimetria: [Cora] [Ber+12b] [Lai].

Capitolo 7

Fisica dei Neutroni

Il Neutrone è un barione di carica neutra, con spin $\frac{1}{2}$, composto dai quark udd con massa $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. In natura il neutrone è una particella stabile solo all'interno dei nuclei atomici; come particella libera decade con un $t_{1/2} = 899 \pm 2 \text{ s}$ in $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ (*decadimento β*). Poichè le tecniche di produzioni e di rivelazione dei neutroni sono fortemente dipendenti dall'energia, tradizionalmente si classificano i neutroni in base alla loro energia (E_n):

- *Neutroni ultrafreddi*: $E_n \simeq \mu\text{eV}$;
- *Neutroni freddi*: $E_n \simeq \text{meV}$;
- *Neutroni termici*: $E_n \simeq 25 \text{ meV}$;
- *Neutroni epitermici*: $0.1 \text{ eV} \leq E_n \leq 100 \text{ keV}$;
- *Neutroni veloci*: $100 \text{ keV} \leq E_n \leq 10 \text{ MeV}$;
- *Neutroni ultraveloci*: $10 \text{ MeV} \leq E_n \leq 100 \text{ MeV}$;

7.1 Sorgenti di Neutroni

7.1.1 Fissione Nucleare

Neutroni epitermici e veloci possono essere prodotti in grande quantità attraverso il processo di *Fissione Nucleare*. Essa può avvenire in maniera *spontanea* o *indotta*.

La distribuzione delle energie con cui avviene la fissione spontanea è la seguente:

$$\frac{dN}{dE} = \sqrt{E} e^{-E/T} \quad (7.1)$$

Un elemento spesso usato che sfrutta questo fenomeno è il ^{252}Cf . $1 \mu\text{g}$ di Californio produce 2,3 milioni di neutroni al secondo.

La Fissione di alcuni nuclei può anche essere indotta artificialmente all'interno di reattori nucleari bombardando elementi come ^{235}U con neutroni termici. La reazione è esotermica, dunque non ho un energia di soglia del proiettile per farla avvenire. Neutroni con energie termiche vengono utilizzati per massimizzare la sezione d'urto di interazione per l'innesco del processo di fissione (Figura 7.1).

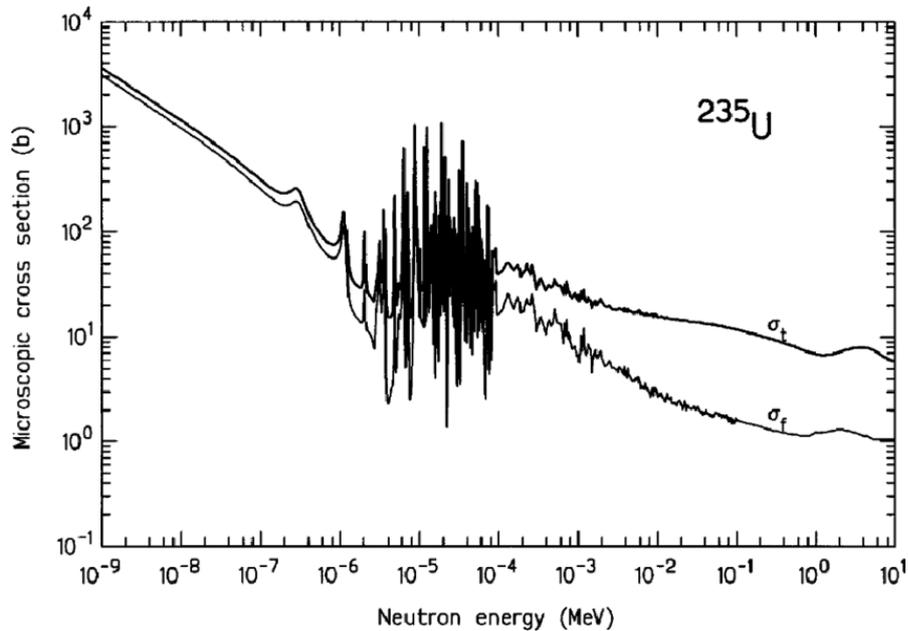


Figura 7.1: Sezione d'urto del processo di fissione indotta dell' ^{235}U in funzione dell'energia del neutrone usato per innescare la reazione

Durante il processo di fissione, i neutroni vengono prodotti con tempi molto più brevi rispetto a quelli prodotti dal decadimento β dei protoni. In questo ultimo caso i neutroni prendono il nome di *neutroni ritardati*. Nei reattori nucleare a larga scala utilizzati come sorgenti di neutroni è presente un nocciolo di ^{235}U mentre il neutroni necessari all'induzione del processo di fissione vengono prodotti da un isotopo a fissione spontanea. I neutroni prodotti dalla fissione indotta all'interno del nocciolo hanno energie che vanno da qualche keV fino a raggiungere la decina di MeV. Per portare questi neutroni ad energie termiche (e quindi di innescare un processo di fissione a cascata) l'energia dei neutroni viene abbassata facendoli interagire all'interno di un moderatore (solitamente acqua). Per portare un neutrone da energie del MeV a meV servono circa 30 collisioni. Poiché non è possibile guidare i neutroni per mezzo di magneti come avviene per le particelle cariche all'interno degli acceleratori, al fine di ottenere un fascio di neutroni direzionabile è presente un sistema di collimazione intorno al reattore. Da ogni foro presente del collimatore fuoriesce una beamline che porta il fascio in una sala sperimentale. In genere la fissione è un processo continuo, ma può essere reso pulsato mettendo uno schermo a intermittenza davanti al nocciolo.

Il numero di collisioni che deve compiere il neutrone affinché la sua energia passi da E_0 a E_f è descritto dall'equazione:

$$\eta = \frac{1}{\xi} \ln \left[\frac{E_0}{E_f} \right] \quad (7.2)$$

Dove η è il numero di collisioni necessarie, mentre ξ è definito come segue:

$$\xi = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \left(\frac{A-1}{A+1} \right) \quad (7.3)$$

con A che rappresenta il peso atomico dell'elemento utilizzato come moderatore. Il valore di ξ aumenta per valori di A piccoli. Per minimizzare il numero di collisioni nel processo di moderazione è quindi preferibile utilizzare elementi leggeri come l'idrogeno.

7.1.2 Fusione Nucleare

La fusione nucleare è una reazione ad altissimo Q. Un esempio è il seguente:



Il Q value viene spartito tra il neutrone, che verrà emesso con energia di 14 MeV e la particella alfa che se ne prende ~ 3 .

Oggi si cerca di replicare la fusione sulla terra attraverso macchine come il TOKAMAK. Attraverso specifiche configurazioni di campo elettromagnetico si collima un plasma di ioni deuterio. Per ottenere la condizione di plasma servono temperature di 13,6, ovvero migliaia di gradi Kelvin.

Un altro metodo è quello della *fusione inerziale*. Essa consiste nell'utilizzo di un guscio triziato contenente deuterio che viene bombardato con laser potentissimi. Il guscio dovrebbe quindi implodere sul deuterio causando fusione.

Attraverso il meccanismo di fusione è possibile produrre fasci di neutroni di qualche MeV. Presso la *Frascati Neutron Generator and Sources facility* (FNG) viene sfruttata la reazione di fusione



per produrre fasci impulsati di neutroni ($1E11n/s$) di energia 2.5 MeV.

7.1.3 Accelerator Driven Neutron Production

Fasci di neutroni possono essere prodotti sfruttando l'interazione di particelle accelerate con diversi tipi di bersaglio. In particolare è possibile sfruttare fasci di fotoni o di protoni di alta energia (*spallazione*).

Fotoni di alta energia vengono prodotti attraverso il processo di Brehmsstrahlung a cui sono soggetti gli elettroni prodotti e accelerati (fino ad qualche GeV) in un LINAC. I fotoni, eccitando gli stati vibrazionali dei nuclei atomici presenti nel bersaglio, possono produrre l'emissione di un neutrone (il neutrone ha energia tale da vincere la forza di interazione forte che lo lega al nucleo). L'energia con cui viene emesso il neutrone dipende dall'energia di legame del nucleo.

La Spallazione è il processo che consiste nella produzione di neutroni tramite la collisione di protoni di alta energia (superiore ai 100 MeV) contro un bersaglio di materiale ad alto Z (solitamente Mercurio, Tantalio, Piombo o Tungsteno). Una reazione di spallazione produce un grande numero di neutroni (15-20 n ogni p incidente). Inoltre altri protoni vengono prodotti come frammenti durante l'interazione con i nuclei pesanti del bersaglio, generando un processo a cascata. Per questo motivo le sorgenti di spallazione vengono attualmente utilizzate per la produzione di fasci di neutroni ad alta intensità. ISIS Neutron and Muon Source è un esempio di sorgente di spallazione, attualmente in funzione presso i Rutherford Appleton Laboratory (UK). La facility ha la possibilità di fornire agli utenti sorgenti ad alta intensità sia di neutroni che di muoni prodotti attraverso un meccanismo simile a quello descritto in questo paragrafo.

7.2 Rilevazione di Neutroni

Essendo particelle neutre, i neutroni vengono generalmente rivelati indirettamente sfruttando le reazioni nucleari che prevedono l'emissione di una particella carica (come ad esempio un p o un α). I dispositivi utilizzati per la rivelazione di neutroni devono quindi essere composti di due parti: un *bersaglio* all'interno del quale il neutrone deve interagire emettendo una qualche forma di radiazione ionizzante e un *rivelatore* della radiazione emessa. I meccanismi con cui i neutroni interagiscono con la materia cambiano al variare dell'energia. E' quindi necessario individuare tecniche di rivelazione diverse per diversi range di energia in modo da massimizzare l'efficienza e discriminare i neutroni dal fondo di γ . Di seguito verranno descritte le principali tecniche di rivelazione separando la trattazione per *neutroni lenti* ($E_n < 0.5$ eV) e per *neutroni veloci* ($E_n > 100$ keV).

7.2.1 Rivelazione di neutroni lenti

L'individuazione delle reazioni utilizzate per rivelare neutroni lenti deve tener conto di diversi fattori:

- La sezione d'urto del processo deve essere grande in modo da avere un'alta efficienza anche per dispositivi di dimensioni ridotte;
- Il bersaglio deve contenere l'isotopo da attivare in grandi quantità. Questo porta a scegliere nuclei con abbondanza isotopica considerevole;
- Le reazioni di interazione del neutrone devono avere un elevato Q -value in modo da discriminare il più possibile l'abbondante fondo di fotoni.

Gli isotopi che più di tutti soddisfano queste caratteristiche sono il ^{10}B e il ^6Li . In alcune applicazioni viene inoltre utilizzato l' ^3He che tuttavia, rispetto a ^{10}B e il ^6Li , ha un costo maggiore e un Q -value più piccolo. In figura 7.2 sono riportate le sezioni d'urto di interazione dei neutroni con tali isotopi.

Contatori a gas di BF_3

I rivelatori basati sull'attivazione di nuclei di Boro sono tra i più usati per la rivelazione di neutroni lenti. Essi si basano sulla seguente reazione:



dove il Litio nello stato finale può trovarsi sia nello stato fondamentale che in uno stato eccitato con Q -value rispettivamente di 2.792 MeV e 2.310 MeV. Le energie cinetiche dei neutroni rivelati sono trascurabili rispetto a tali valori, rendendo impossibile ricostruire l'energia cinetica della particella. I rivelatori di questo tipo più diffusi sono i contatori a gas contenenti *trifluoruro di Boro* BF_3 . La caratteristica principale di tali dispositivi è quella di fornire un'ottima discriminazione dal fondo di γ . I fotoni infatti reagiscono per lo più nelle pareti del rivelatore emettendo e^- che ionizzano il gas. Poichè lo stopping power degli elettroni è più basso di quello degli α emessi dal Boro, il segnale che essi genereranno sarà più piccolo e facilmente eliminabile. Tra gli svantaggi c'è da indicare una veloce usura, tipica di tutti i rivelatori a gas, che rende i contatori a BF_3 inadatti alla rivelazione di alti flussi di neutroni.

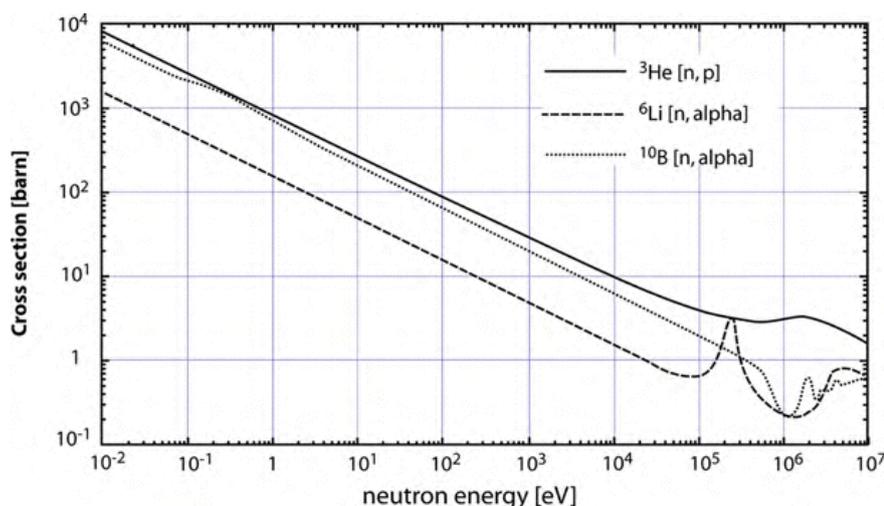


Figura 7.2: Andamento della sezione d'urto in funzione dell'energia dei processi ${}^3\text{He}(n,p){}^3\text{H}$, ${}^{10}\text{B}(n,\alpha){}^7\text{Li}$ e ${}^6\text{Li}(n,\alpha){}^3\text{H}$ sfruttati per la rivelazione di neutroni lenti [Tavernier]

Scintillatori a Litio

A differenza del Boro, il Litio, se attivato da un neutrone, emette un nucleo di trizio sempre nello stato fondamentale:



Trascurando l'energia del neutrone, la reazione avrà un Q -value costante ed energie $E_{3\text{H}} = 2.73$ MeV $E_{\alpha} = 2.05$ MeV fissate. Non essendo possibile ottenere gas stabili che contengono Litio, i rivelatori che sfruttano tale reazione sono esclusivamente scintillatori, in particolare cristalli di $\text{LiI}(\text{Eu})$ (*Ioduro di Litio* drogato con Europio). L'utilizzo di tali rivelatori è tuttavia sfavorito a causa della più difficile discriminazione del fondo dovuta alla produzione di luce molto simile per elettroni e α .

7.2.2 Rivelazione di neutroni veloci

Le tecniche già descritte possono essere sfruttate anche per rivelare neutroni veloci. Tuttavia, poichè la sezione d'urto dei neutroni decresce all'aumentare dell'energia, dispositivi come i tubi al BF_3 o i cristalli di Litio risulteranno avere una bassa efficienza. Il processo di interazione dominante ad alte energie è lo scattering elastico in cui un neutrone cede parte della sua energia cinetica ad un nucleo bersaglio. In particolare, sfruttando bersagli di ${}^1\text{H}$ è possibile massimizzare lo scambio di energia. Questo meccanismo permette di ridurre l'energia del neutrone incidente, rendendo efficienti per l'individuazione dei neutroni veloci anche i dispositivi tipicamente usati per i neutroni lenti. Tale processo prende il nome di *moderazione*. Un esempio di rivelatori che sfruttano tale tecnica sono le *Sfere di Bonner* (figura 7.3). L'idea, proposta da Bramblett, Ewing e Bonner nel 1960 è quella di sfruttare dei cristalli di $\text{LiI}(\text{Eu})$ rivestiti da sfere di polietilene di diverse dimensioni all'interno delle quali il neutrone viene rallentato [Bonner].

Confrontando il flusso di neutroni rivelato da ciascuna sfera è possibile ottenere una misura molto accurata dello spettro di energia. La risposta B_i del rivelatore *i-esimo* può essere espressa come un integrale di *Fredholm*:



Figura 7.3: Sfere di Bonner

$$B_i = \int_0^{\infty} N(E)R_i(E)dE \quad (7.8)$$

dove $N(E)$ è lo spettro di energia del campo di neutroni e R_i è la risposta assoluta del rivelatore i -esimo in funzione dell'energia del neutrone. Applicando metodi numerici di *unfolding* sulle misure ottenute dalle diverse sfere è possibile ottenere un'informazione globale sullo spettro di neutroni. Le sfere di Bonner, pur essendo il dispositivo più utilizzato per la spettroscopia neutronica, sono caratterizzate da una bassa efficienza, e non permettono di determinare l'energia e la direzione del singolo neutrone. Tale problema viene superato dai dispositivi che sfruttano la rivelazione dei nuclei di rinculo. In seguito alla reazione, i nuclei rinculati avranno un'energia cinetica pari alla somma dell'energia del neutrone e del Q -value della reazione. Nel caso dei neutroni veloci in cui E_n è confrontabile o molto maggiore del Q -value, misurando l'energia dei prodotti di reazione è possibile ottenere l'energia del neutrone da una semplice sottrazione del valore di Q -value noto. Tale calcolo viene ulteriormente semplificato sfruttando lo scattering elastico, per cui il Q -value è nullo. Come descritto nella sezione 7.1.1, affinché il neutrone ceda un'ampia frazione della sua energia è necessario che il materiale con cui interagiscono abbia numero atomico A basso: per questo motivo la maggior parte dei dispositivi che sfruttano questa tecnica di rivelazione si basano sull'utilizzo di scintillatori plastici, economici e ricchi di materiali leggeri come H e C .

7.3 Utilizzo dei Neutroni

Un utilizzo è l'analisi della conformazione di un cristallo attraverso diffrazione di Bragg. Nel processo si usano neutroni piuttosto che altre particelle cariche perché perderebbero energia subito e non potrebbero penetrare a fondo. Seguono ulteriori applicazioni nello specifico:

- Small Angle Neutron Scattering (SANS), è uno studio delle figure di scattering di neutroni contro un determinato bersaglio che da informazioni sulla forma e le dimensioni di ciò che compone tale bersaglio.
- Neutron Activation Analysis (NAA): Neutroni termici vengono assorbiti dal target che poi decade: Il processo può prendere ore. Se ne studiano i prodotti.
- Neutron Stimulated Emission Computed Tomography (NSECT): Fa utilizzo di neutroni più energetici per far sì che i decadimenti siano istantanei, per fare imaging direttamente.
- Chip Irradiation: è il fenomeno per cui i neutroni energetici nei raggi cosmici possono intaccare dei chip causando perdita di dati o altri problemi. Il bombardamento dei chip con dei neutroni energetici artificiali serve a verificare la loro corretta schermatura prima che siano utilizzati per aerei o satelliti.

Bibliografia e approfondimenti sulle interazioni tra neutroni e materia: [\[Corb\]](#) [\[Non\]](#)

Bibliografia e approfondimenti sui rilevatori di neutroni: [\[Ber+12a\]](#) [\[Kno\]](#)

Bibliografia

- [Acc] Indirizzo: https://elearning.uniroma1.it/pluginfile.php/138728/mod_page/content/14/review_accelerators_HT.pdf (cit. a p. 2).
- [Lin] Indirizzo: https://elearning.uniroma1.it/pluginfile.php/138728/mod_page/content/14/TULIP_LINAC_PT.pdf (cit. a p. 2).
- [al99] E. H. al, «Intraoperative probes and imaging probes,» in *Eur, J. Nucl, cur.*, 913–935: Med. 26, 1999 (cit. alle pp. 2, 18).
- [Ama01] U. Amaldi, *Radiation Physics: Photons and Charged Hadrons*. 2001. indirizzo: <https://physique.cuso.ch/fileadmin/physique/document/Amaldi-Rad.-Trento-2001.pdf> (cit. a p. 13).
- [BTVM05] D. Bailey, D. W. Townsend, P. E. Valk e M. N. Maisey, *Positron Emission Tomography*. Springer, 2005 (cit. alle pp. 2, 24).
- [Bai+] D. L. Bailey et al., *Nuclear Medicine Physics*. IAEA. indirizzo: <https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub1617web-91160047.pdf> (cit. a p. 1).
- [Ber+12a] J. Beringer et al., «Particle Detectors at Accelerators (Particle Data Group),» *Phys. Rev.*, vol. D86, 2012. indirizzo: <http://pdg.lbl.gov/2013/reviews/rpp2013-rev-particle-detectors-accel.pdf> (cit. a p. 57).
- [Ber+12b] —, «Radiactivity and radiation protection (Particle Data Group),» *Phys. Rev.*, vol. D86, 2012 (cit. a p. 49).
- [Ber] A. Bertulani, *Nuclear Physics in a Nutshell, Chap. 6* (cit. a p. 1).
- [Bra12] S. Braccini, «Adrontherapy course at INFN Roma,» 2012, indirizzo: <https://agenda.infn.it/event/2255/attachments/27899/> (cit. a p. 2).
- [Cora] P. Corvisiero, *Appunti di Radiativita', Chap. 18*. indirizzo: <https://www.ge.infn.it/~corvi/doc/didattica/radioattivita/lezioni/> (cit. a p. 49).
- [Corb] —, *Interazioni Neutroni Materia, Chap. 14*. indirizzo: <https://www.ge.infn.it/~corvi/doc/didattica/radioattivita/lezioni/> (cit. alle pp. 3, 57).
- [Corc] —, *Le leggi del decadimento radiativo, Chap. 1, 2*. indirizzo: <https://www.ge.infn.it/~corvi/doc/didattica/radioattivita/lezioni/> (cit. a p. 1).
- [Cla] «Cyclotrons, LINACs and their applications,» rapp. tecn., 1994. indirizzo: <https://www.dropbox.com/s/zpr104qgfhon852/CERN-96-02.pdf?dl=0> (cit. a p. 1).
- [Tld] «Dosimetria a Termoluminescenza,» indirizzo: https://elearning.uniroma1.it/pluginfile.php/137557/mod_page/content/17/DosimetriTLD.pdf (cit. a p. 49).

- [FA] P. Fattibene e C. D. Angelis, *Film Dosimetria*. indirizzo: https://elearning.uniroma1.it/pluginfile.php/137557/mod_page/content/17/DosimetriFilm.pdf (cit. a p. 48).
- [IAE] IAEA Report, *Boron Neutron Capture Therapy*. indirizzo: https://elearning.uniroma1.it/pluginfile.php/138728/mod_page/content/14/te_1223_prn.pdf (cit. a p. 2).
- [Adr] «Impact of nuclear reactions on Hadron Therapy,» 2008, indirizzo: http://www.lpc-caen.in2p3.fr/root/.EJC2011-CUSSOL/EJC2011_CUSSOL.pdf (cit. a p. 2).
- [JP06] H. Jadvar e J. A. Partker, *Clinical PET and PET-CT*. Sprigler, 2006 (cit. alle pp. 2, 24).
- [Kno] G. F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement* (cit. a p. 57).
- [Lai] R. F. Laitano, *Fondamenti di Dosimetria delle radiazioni ionizzanti*. indirizzo: <http://www.enea.it/it/seguici/pubblicazioni/pdf-volumi/Fondamentidosimetriaradiazioniion.pdf> (cit. a p. 49).
- [LD] E. Longo e C. Dionisi, *Dispense del corso di Laboratorio di Fisica Nucleare e Subnucleare, Cap. 4*. indirizzo: <http://www.roma1.infn.it/people/longo/fnsn/capitolo4.pdf> (cit. a p. 11).
- [MGS06] G. Mariani, A. E. Giuliano e H. W. Strauss, *Radioguided surgery a comprehensive team approach*. Springer, 2006 (cit. a p. 2).
- [Nat01] F. Natterer, *The mathematics of Computerized Tomography*. SIAM, 2001 (cit. a p. 2).
- [Non] P. Nondestructive, *Neutrons Interactions with Matter*, Passive Nondestructive Assay Manual. indirizzo: <https://www.lanl.gov/orgs/n/n1/panda/> (cit. alle pp. 3, 57).
- [RP06] E. P. R. Powsner, *Essential Nuclear Medicine Physics*, 2nd. Wiley, 2006 (cit. a p. 1).
- [rev] E. review, «Nuclear Physics for Cultural Heritage,» indirizzo: <https://www.edp-open.org/images/stories/books/fulldl/Nuclear-physics-for-cultural-heritage.pdf> (cit. a p. 3).
- [Ros13] S. Rossi, «Adrontherapy course at INFN Roma,» 2013, indirizzo: <https://agenda.infn.it/event/6405/attachments/45601/> (cit. a p. 2).
- [Wat] Y. Watanabe, *Brachytherapy Physics*. indirizzo: <https://www.slideshare.net/hikikomori/cv18/brachytherapy-30581870> (cit. alle pp. 2, 18).

Elenco delle figure

3.1	Applicazione del teorema di Gauss nel sistema di riferimento dello ione	9
3.2	Grafico della formula di Bethe-Bloch. Si osserva il primo tratto di discesa in cui domina il termine $\frac{1}{\beta^2}$, il minimo a $\beta\gamma = 2m_0c^2$ e il seguente tratto di risalita. . .	12
3.3	Dose relativa in funzione della penetrazione per fotoni, protoni e carbonio. Il grafico è rappresentativo dell'andamento di LET(x) a meno di una costante. Immagine da scripps.org	15
3.4	Rappresentazione dell'effetto del Multiple Scattering. L'angolo in uscita ha una distribuzione di tipo gaussiano.	15
3.5	Andamento dell'energia irradiata in funzione dell'angolo con la direzione del moto.	16
3.6	Spettro della radiazione risultante, dato da Brehmsstrahlung e radiazione di guscio K.	17
3.7	Confronto dello stopping power per diversi tipi di radiazione nel piombo.	18
3.8	Comparison between the electrons(blue) and carbon ions(red) LET.	18
3.9	Representation of brachiotherapy.	19
3.10	Perdita di energia dell'elettrone nella materia, per diverse tipologie di interazione, in funzione dell'energia dell'elettrone.	19
3.11	Tubo a raggi X.	20
3.12	Regioni di dominanza delle tre modalità di interazione dei fotoni con la materia, per diverse energie dei fotoni e diverso numero atomico dei bersagli.	23
4.1	Curva di stabilità dei nuclei in funzione del numero di protoni e numero di neutroni. Sono rappresentati anche il tipo di decadimento che ogni isotopo tende a fare fuori dalla curva di stabilità.	26
4.2	Andamento dell'angolo di scattering di elettroni su nuclei di ossigeno e carbonio.	27
4.3	Distribuzione di probabilità dei prodotti della fissione dell' ^{235}U , del ^{233}U e del ^{239}Pu . Si osserva che la produzione di due nuclei con massa simile è improbabile. Molto più probabile è la produzione di un nucleo pesante ed un nucleo leggero. . .	30
4.4	Distribuzione dell'energia del positrone prodotto in un decadimento $\beta+$. La probabilità che esso abbia energia nulla è zero.	31
4.5	Distribuzione dell'energia dell'elettrone prodotto in un decadimento $\beta-$	32
5.1	Urto di una particella i incidente su un bersaglio b con produzione di n particelle nello stato finale.	36
5.2	Attività di di un radionuclide prodotto con un tasso di produzione costante. . . .	38
5.3	Modello abrasion-ablation di collisioni periferiche ad alte energie [Serber:nuclear].	39

5.4	A sinistra la ionizzazione in acqua di un fascio di ioni Carbonio di 330 MeV/u. La linea nera indica il contributo totale mentre le linee rossa, blu e verde evidenziano il contributo rispettivamente del fascio primario, dei frammenti secondari e di quelli terziari prodotti dalla frammentazione dei secondari stessi. A destra la rispettiva dose simulata sulla CT di un paziente. In viola è evidenziata la coda dovuta ai frammenti.	40
6.1	Rappresentazione di una cellula animale in cui sono specificate le dimensioni del nucleo e del DNA.	41
6.2	A sinistra un'elica di DNA rotta dall'azione diretta di un elettrone ionizzato dovuto al passaggio di una radiazione gamma, e dall'azione di radicali liberi (OH) indotti da una radiazione ionizzante di un fotone nel tessuto cellulare. A destra un esempio della differenza di danni causati da fotoni e ioni leggeri.	42
6.3	Confronto del LET di fasci composti da (in alto) raggi X, (al centro) ioni carbonio, (in basso) protoni; d indica la distanza media tra due ionizzazioni.	44
6.4	Curve di sopravvivenza cellulare per una radiazione di ioni leggeri (linea rossa tratteggiata) e fotoni (linea continua nera). Nella curva sono espressi i valori dell'RBE per i livelli di sopravvivenza del 10% e 1%.	45
6.5	Curva di sopravvivenza di cellule renali umane in funzione della dose di cellule irradiate in presenza di O_2 (linea più spessa) e in condizioni di severa ipossia (linea più sottile) per diverse energie e quindi diverso LET. In blu è rappresentata l'influenza del livello di ossigeno per ioni carbonio a 33 keV/ μm , in rosso a 118 keV/ μm . In nero invece è possibile osservare la variazione per i raggi X.	46
7.1	Sezione d'urto del processo di fissione indotta dell' ^{235}U in funzione dell'energia del neutrone usato per innescare la reazione	52
7.2	Andamento della sezione d'urto in funzione dell'energia dei processi $^3\text{He}(n,p)^3\text{H}$, $^{10}\text{B}(n,\alpha)^7\text{Li}$ e $^6\text{Li}(n,\alpha)^3\text{H}$ sfruttati per la rivelazione di neutroni lenti [Tavernier]	55
7.3	Sfere di Bonner	56

Elenco delle tabelle

2.1	Valori delle costanti \hbar e c nelle più comuni unità di misura	5
2.2	Confronto delle equazioni di cinematica relativistica nei due sistemi di unità di misura	6
5.1	Reazioni per la produzione di radioisotopi con relativa barriera Coulombiana (B) ed energia.	37