Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 12–14 luglio ◯ 20–21 luglio ◯ 24–26 luglio.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{\frac{|x|}{x-1}} ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\, e^{x^2}\, dx$;

b) Posto $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n\, e^{x^2}\, dx$, trovare una formula che esprima I_n $(n \geq 2)$ in funzione di I_{n-2};

c) Usare la formula trovata al punto b) per trovare I_5.

---

3. Trovare e disegnare tutte le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$(1+z)^4 + z^4 = 0\,.$$

---

4. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(2x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ a(x^5+1) + bx^2 & \text{se } x \geq 0\,, \end{cases}$$

trovare tutte le coppie $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ (se esistono) che rendano vera (separatamente) ciascuna delle seguenti condizioni:

a) f è continua in $\mathbb{R}$;
b) f definitivamente crescente per $x \to +\infty$;
c) f ammette un flesso in $x_0 = 1$;
d) f ammette massimo relativo in $x_0 = 1$;
e) f è derivabile in $x_0 = 0$.

---

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}\right)\right)^{\alpha}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg}\left(\frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}\right) - \frac{2}{n}\right)^{\alpha}.$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 6 punti; **4:** 8 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 12–14 luglio ◯ 20–21 luglio ◯ 24–26 luglio.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = e^{\frac{|x|}{x+1}} \,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Calcolare $\displaystyle\int_0^1 x\, e^{-x^2}\, dx$;

b) Posto $I_n = \displaystyle\int_0^1 x^n\, e^{-x^2}\, dx$, trovare una formula che esprima I_n $(n \geq 2)$ in funzione di I_{n-2};

c) Usare la formula trovata al punto b) per trovare I_5.

---

3. Trovare e disegnare tutte le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$(z-1)^4 + z^4 = 0\,.$$

---

4. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{4\,(1-\cos x)}{x^2} & \text{se } x < 0 \\ a(x^4+1) - bx^2 & \text{se } x \geq 0\,, \end{cases}$$

trovare tutte le coppie $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ (se esistono) che rendano vera (separatamente) ciascuna delle seguenti condizioni:

a) f è continua in $\mathbb{R}$;
b) f definitivamente crescente per $x \to +\infty$;
c) f ammette un flesso in $x_0 = 1$;
d) f ammette massimo relativo in $x_0 = 1$;
e) f è derivabile in $x_0 = 0$.

---

5. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right) \right)^{\alpha}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg}\left(\frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right) - \frac{3}{n} \right)^{\alpha}.$$

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 6 punti; **4:** 8 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.