

**Cognome e nome** ..... **N. matricola** .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

venerdì 11 luglio;

venerdì 18 luglio;

venerdì 25 luglio.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{x^4 - 16}{x}},$$

dire quante soluzioni ha l'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbf{R}$ . Successivamente, individuare un intervallo in cui  $f$  è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata e calcolarne la derivata in un punto opportunamente scelto.

2. Calcolare l'area della regione

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : y^4 \leq x^{12} (16 - x^4) \right\}.$$

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^x}{e^{\sqrt{n}}}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{e^{\sqrt{n}}} x^{2n},$$

al variare del parametro reale  $x$ .

4. Calcolare l'ordine di infinito oppure di infinitesimo, per  $x \rightarrow 0^+$ , delle seguenti funzioni

$$f(x) = \operatorname{tg}(\sqrt{x}) - \ln(1+x), \quad g(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\sqrt{x})} - \frac{1}{\ln(1+x)}, \quad h(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(x^2) - \ln(1+x^2) - x^6}.$$

5. Trovare e disegnare tutte le soluzioni dell'equazione

$$\left( |z|^2 - 3|z| - 4 \right) (iz^3 - 8) = 0$$

nel campo complesso.

**Punteggi:** 1. 8 punti; 2. 7 punti; 3. 8 punti; 4. 7 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.

**Cognome e nome** ..... **N. matricola** .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

venerdì 11 luglio;

venerdì 18 luglio;

venerdì 25 luglio.

Note.....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{16 - x^4}{x}},$$

dire quante soluzioni ha l'equazione  $f(x) = \lambda$ , al variare di  $\lambda \in \mathbf{R}$ . Successivamente, individuare un intervallo in cui  $f$  è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata e calcolarne la derivata in un punto opportunamente scelto.

2. Calcolare l'area della regione

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : y^4 \leq x^{12} (64 - x^4) \right\}.$$

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^x}{e^{\sqrt{n}}}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2}{e^{\sqrt{n}}} x^{2n},$$

al variare del parametro reale  $x$ .

4. Calcolare l'ordine di infinito oppure di infinitesimo, per  $x \rightarrow 0^+$ , delle seguenti funzioni

$$f(x) = \operatorname{tg}(\sqrt{x}) - \ln(1+x), \quad g(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\sqrt{x})} - \frac{1}{\ln(1+x)}, \quad h(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(x^2) - \ln(1+x^2) - x^6}.$$

5. Trovare e disegnare tutte le soluzioni dell'equazione

$$\left( |z|^2 - 4|z| - 5 \right) (iz^3 + 8) = 0$$

nel campo complesso.

**Punteggi:** 1. 8 punti; 2. 7 punti; 3. 8 punti; 4. 7 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.