

Cognome e nome ..... N. matricola .....  
 Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:  23-24 settembre;  26-27 settembre.  
 Note.....

## ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = |x^6 - 7x^3 - 8|^{2/5},$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto di studiare la derivata seconda. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ . Successivamente, trovare l'intervallo massimale, contenente l'origine, in cui  $f$  sia invertibile, dire dove è definita l'inversa così individuata e disegnarne il grafico.

2. Disegnare l'insieme

$$\left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, |y| < x \cos^2 x \right\}$$

e calcolarne l'area.

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^3 + \sin^4 n}{5^n + n^2}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^3 + \sin^4 n}{5^n + n^2} (x+1)^{5n},$$

al variare del parametro reale  $x$ .

4. Calcolare l'ordine di infinito oppure di infinitesimo della funzione  $f(x)$  definita nel precedente esercizio 1, rispettivamente per  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow -1^-$ ,  $x \rightarrow -1^+$ ,  $x \rightarrow 2^-$ ,  $x \rightarrow 2^+$ ,  $x \rightarrow +\infty$ .

5. Esprimere in forma trigonometrica e nella forma  $a + ib$  il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 + i\sqrt{3}}.$$

Successivamente, calcolare  $z^{211}$  e le radici quarte di  $z$ , e disegnare nel piano complesso tutti i numeri trovati.

**Punteggi:** 1. 9 punti; 2. 7 punti; 3. 8 punti; 4. 6 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.

Cognome e nome ..... N. matricola .....  
 Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:  23-24 settembre;  26-27 settembre.  
 Note.....

## ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = |x^6 + 7x^3 - 8|^{1/5},$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto di studiare la derivata seconda. Disegnare un grafico qualitativo di  $f(x)$ . Successivamente, trovare l'intervallo massimale, contenente l'origine, in cui  $f$  sia invertibile, dire dove è definita l'inversa così individuata e disegnarne il grafico.

2. Disegnare l'insieme

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, |y| < x \sin^2 x\}$$

e calcolarne l'area.

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} + \cos^4 n}{n^2 + 3^n}, \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} + \cos^4 n}{n^2 + 3^n} (x+2)^{5n},$$

al variare del parametro reale  $x$ .

4. Calcolare l'ordine di infinito oppure di infinitesimo della funzione  $f(x)$  definita nel precedente esercizio 1, rispettivamente per  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow -2^-$ ,  $x \rightarrow -2^+$ ,  $x \rightarrow 1^-$ ,  $x \rightarrow 1^+$ ,  $x \rightarrow +\infty$ .

5. Esprimere in forma trigonometrica e nella forma  $a + ib$  il numero complesso

$$z = \frac{1 + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i}.$$

Successivamente, calcolare  $z^{303}$  e le radici quarte di  $z$ , e disegnare nel piano complesso tutti i numeri trovati.

**Punteggi:** 1. 9 punti; 2. 7 punti; 3. 8 punti; 4. 6 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.