

Cognome e nome **N. matricola**
 Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: 20–21 giugno; 24–26 giugno; 9–12 luglio.
 Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{|x| - a},$$

studiarla al variare del parametro reale a . Precisamente, studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Mediante un opportuno integrale, calcolare l'area del dominio

$$\left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, \frac{e^{8x}}{4e^{4x} - 3} \leq y \leq 1 \right\}.$$

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)\right)}{n^2 - n \log n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{1}{n}\right)\right)}{n^2 - n \log n} (x^3 - 1)^n,$$

al variare del parametro reale x .

4. Calcolare l'ordine di infinito oppure di infinitesimo, per $x \rightarrow 0^+$, delle seguenti funzioni

$$f(x) = xe^x - x, \quad g(x) = \frac{1}{xe^x} - \frac{1}{x}, \quad h(x) = \frac{1}{x(e^x - 1)} - \frac{1}{x^2}.$$

5. Dire per quali valori $\alpha \in \mathbf{R}$ l'equazione

$$\frac{z^6}{\bar{z}^6} = \alpha$$

ammette soluzione nel campo complesso, e per tali valori di α disegnare le soluzioni.

Punteggi: 1. 9 punti; 2. 7 punti; 3. 7 punti; 4. 7 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.

Cognome e nome **N. matricola**
 Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: 20–21 giugno; 24–26 giugno; 9–12 luglio.
 Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x|}{x^2 - a},$$

studiarla al variare del parametro reale a . Precisamente, studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

2. Mediante un opportuno integrale, calcolare l'area del dominio

$$\left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x \geq 0, \frac{e^{6x}}{5e^{3x} - 4} \leq y \leq 1 \right\}.$$

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right)\right)}{n^3 + n \log n}, \quad \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{1}{n}\right)\right)}{n^3 + n \log n} (x^2 - 2)^n,$$

al variare del parametro reale x .

4. Calcolare l'ordine di infinito oppure di infinitesimo, per $x \rightarrow 0^+$, delle seguenti funzioni

$$f(x) = x - x \cos x, \quad g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x \cos x}, \quad h(x) = \frac{1}{x(1 - \cos x)} - \frac{2}{x^3}.$$

5. Dire per quali valori $\alpha \in \mathbf{R}$ l'equazione

$$\frac{\bar{z}^5}{z^5} = \alpha i$$

ammette soluzione nel campo complesso, e per tali valori di α disegnare le soluzioni.

Punteggi: 1. 9 punti; 2. 7 punti; 3. 7 punti; 4. 7 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.