

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

13 febbraio (solo poche persone);

24–25 febbraio;

27–28 febbraio.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso dei libri di testo e di formulari a stampa.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = x^{10} e^{-x^2},$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; interballi di crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$. Successivamente, trovare il più grande intorno destro dell'origine in cui f sia invertibile; dire dove è definita l'inversa così individuata e disegnarne il grafico.

2. Calcolare l'area della regione (illimitata) del primo quadrante compresa tra il semiasse positivo delle x e il grafico della funzione

$$f(x) = x^3 e^{-x^2-1}.$$

Se prendiamo

$$g(x) = x^\alpha e^{-x^2-1}$$

al posto della precedente funzione, per quali valori positivi del parametro α l'area resta finita?

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{3n} \frac{n+1}{n^\alpha + 2n^2}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{3n} \frac{n+1}{n+2n^2} (x+1)^n,$$

al variare dei parametri reali α e x .

4. Al variare del parametro indicato, calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo, per $x \rightarrow +\infty$, delle seguenti funzioni

$$f(x) = x \ln \left(\frac{x^2+1}{x^2+2} \right), \quad g(x) = \sqrt[3]{x^2+2x^\alpha} - \sqrt[3]{x^2}, \quad (\alpha > 0).$$

5. Trovare e disegnare tutte le soluzioni complesse di ciascuna delle equazioni

$$|z|^6 (\bar{z})^3 = i, \quad |w + 2\bar{w}| = 1.$$

Punteggi: 1. 9 punti; 2. 7 punti; 3. 7 punti; 4. 7 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.

Cognome e nome N. matricola

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

13 febbraio (solo poche persone); 24–25 febbraio; 27–28 febbraio.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi**, motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso dei libri di testo e di formulari a stampa.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Data la funzione

$$f(x) = x^6 e^{-x^2},$$

studiarne: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; interballi di crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$. Successivamente, trovare il più grande intorno di $-\infty$ in cui f sia invertibile; dire dove è definita l'inversa così individuata e disegnarne il grafico.

2. Calcolare l'area della regione (illimitata) del primo quadrante compresa tra il semiasse positivo delle x e il grafico della funzione

$$f(x) = x^5 e^{-x^3}.$$

Se prendiamo

$$g(x) = x^5 e^{-x^\alpha}$$

al posto della precedente funzione, per quali valori positivi del parametro α l'area resta finita?

3. Studiare la convergenza delle due serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{3n} \frac{n+2}{n^\alpha + n^3}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{3n} \frac{n+2}{n+n^3} (x-5)^n,$$

al variare dei parametri reali α e x .

4. Al variare del parametro indicato, calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo, per $x \rightarrow +\infty$, delle seguenti funzioni

$$f(x) = (x+1) \ln \left(\frac{x^3}{2+x^3} \right), \quad g(x) = \sqrt[4]{x+x^\alpha} - \sqrt[4]{x}, \quad (\alpha > 0).$$

5. Trovare e disegnare tutte le soluzioni complesse di ciascuna delle equazioni

$$|z|^5 (\bar{z})^3 = -256, \quad |2w - \bar{w}| = 1.$$

Punteggi: 1. 9 punti; 2. 7 punti; 3. 7 punti; 4. 7 punti; 5. 7 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.