ANALISI MATEMATICA I - Ingegneria Aerospaziale PROVA PRATICA $\diamondsuit$ (14/2/2013)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 22 febbraio; ◯ 25–27 febbraio; ◯ 28 febbraio–1 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la funzione

$$f(x) = \ln\left(e^{x^2} - 2\right) - 2x^2\,,$$

trovarne il dominio, e successivamente studiarne: insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda. Disegnare un grafico qualitativo di f.

Successivamente, individuare un intervallo in cui f risulta invertibile, dire dove è definita la funzione inversa f^{-1} così individuata, e calcolare la derivata di f^{-1} in un punto scelto a piacere.

---

2. Calcolare

$$\int_{-1}^{1} \ln(1 + \sqrt[3]{|x|})\, dx\,.$$

---

3. Studiare la convergenza delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\alpha + n^{5-\alpha}}{\cos(n^5) + n^4}\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + n^3}{\cos(n^5) + n^4}(x^2 - 1)^n\,.$$

---

4. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare il limite, e l'eventuale ordine di infinito/infinitesimo, per $x \to 0^+$, di

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 + 2x^4} - 1}{x^{4-\alpha} - \ln(1 + x^2)}\,.$$

---

5. Trovare e disegnare le soluzioni della seguente equazione nel campo complesso:

$$81\bar{z}^3 - iz^7 = 0\,.$$

Punteggi: **1.** 9 punti; **2.** 7 punti; **3.** 8 punti; **4.** 7 punti; **5.** 6 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.

ANALISI MATEMATICA I - Ingegneria Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (14/2/2013)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 22 febbraio; ◯ 25–27 febbraio; ◯ 28 febbraio–1 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Data la funzione

$$f(x) = 2x^2 - \ln\left(e^{x^2} - 3\right),$$

trovarne il dominio, e successivamente studiarne: insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda. Disegnare un grafico qualitativo di f.

Successivamente, individuare un intervallo in cui f risulta invertibile, dire dove è definita la funzione inversa f^{-1} così individuata, e calcolare la derivata di f^{-1} in un punto scelto a piacere.

---

2. Calcolare

$$\int_{-9}^{9} \ln(2 + \sqrt{|x|})\, dx\,.$$

---

3. Studiare la convergenza delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n^\alpha + n^{4-\alpha}}{\sin(n^3) + n^5}\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n + n^3}{\sin(n^3) + n^5}(x^2 - 4)^n\,.$$

---

4. Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare il limite, e l'eventuale ordine di infinito/infinitesimo, per $x \to 0^+$, di

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 + x^6} - 1}{\operatorname{sen}(x^2) - x^{3-\alpha}}\,.$$

---

5. Trovare e disegnare le soluzioni della seguente equazione nel campo complesso:

$$\overline{z}^3 + 16iz^7 = 0\,.$$

Punteggi: 1. 9 punti; **2.** 7 punti; **3.** 8 punti; **4.** 7 punti; **5.** 6 punti.

Sono ammessi punteggi parziali. Bisogna raggiungere 15 punti per essere ammessi alla prova di teoria.