ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA $\diamondsuit$ (20/1/2010)

Cognome e nome..

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 3–5 febbraio; ◯ 11–12 febbraio; ◯ 18–19 febbraio; ◯ 24–26 febbraio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^{2x}}{e^x - 3}\right),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Determinare un intervallo contenente il punto $x = 3$ in cui la funzione è invertibile, disegnare il grafico della funzione inversa f^{-1} così determinata e infine calcolare la derivata di $f^{-1}(y)$ nel punto $y = 6 - \ln(e^3 - 3)$.

(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int \operatorname{sen}(2x)\ \operatorname{arctg}(2 + \cos x)\, dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Per ciascuna delle seguenti funzioni, dire se sono infiniti o infinitesimi per $x \to +\infty$, e determinarne l'ordine:

$$f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{x^2+5}\right), \qquad g(x) = \ln(1 + xe^{3x}), \qquad h(x) = \sqrt{x} + x^3 - \sqrt{x^6 - 2x^4} - x\,.$$

(7 punti)

---

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie seguenti, al variare del parametro indicato:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+5}{3n-1}\right)^{n+2} (x-1)^n, \quad (x \in \mathbf{R}), \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n + n^\alpha} + 5n}, \quad (\alpha \in \mathbf{R})\,.$$

(7 punti)

---

5. a) Scrivere il numero complesso

$$z = \frac{(3 + \sqrt{3}i)^6}{(\sqrt{3} - i)^4}$$

in forma trigonometrica e algebrica, e calcolarne le radici quarte (solo in forma trigonometrica).

b) Dire quante soluzioni ammette nel campo complesso l'equazione

$$\overline{z} = 1 + 2i|z|^2\,.$$

(7 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (20/1/2010)

Cognome e nome ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 3–5 febbraio; ◯ 11–12 febbraio; ◯ 18–19 febbraio; ◯ 24–26 febbraio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 2}{e^{3x}}\right),$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Determinare un intervallo contenente il punto $x = 1$ in cui la funzione è invertibile, disegnare il grafico della funzione inversa f^{-1} così determinata e infine calcolare la derivata di $f^{-1}(y)$ nel punto $y = \ln(e-2) - 3$.

(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int \operatorname{sen}(2x)\ \operatorname{arctg}(3 + \operatorname{sen} x)\, dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Per ciascuna delle seguenti funzioni, dire se sono infiniti o infinitesimi per $x \to +\infty$, e determinarne l'ordine:

$$f(x) = \ln(x + xe^{5x})\,, \qquad g(x) = \ln\left(1 + \frac{x+1}{x^3}\right), \qquad h(x) = \sqrt{x^4 + 2x^3} - x^2 - x + \sqrt{x}\,.$$

(7 punti)

---

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie seguenti, al variare del parametro indicato:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+5}{2n-1}\right)^{n+3} (x-3)^n\,, \quad (x \in \mathbf{R})\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + (n+n^2)^\alpha}\,, \quad (\alpha \in \mathbf{R})\,.$$

(7 punti)

---

5. a) Scrivere il numero complesso

$$z = \frac{(\sqrt{3} - 3i)^4}{(1 + i\sqrt{3})^6}$$

in forma trigonometrica e algebrica, e calcolarne le radici quarte (solo in forma trigonometrica).

b) Dire quante soluzioni ammette nel campo complesso l'equazione

$$\overline{z} - 1 = 3i|z|^2\,.$$

(7 punti)