ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA $\diamondsuit$ (14/02/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 24–25 febbraio; ◯ 28 febbraio–4 marzo; ◯ 7–11 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{|x^3 - 16x|}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. Calcolare

$$\int \frac{4\,\mathrm{arctg}(4x)}{(16x^2+1)\big(2\,\mathrm{arctg}^2(4x) + 2\,\mathrm{arctg}(4x) + 5\big)}\,dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + n^\alpha + \frac{2}{n^2}\right), \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} n^{\sqrt{n+2}}(x^2-1)^{n+2}\,.$$

(8 punti)

---

4. a) Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0$, di

$$2(1-\cos x) - x\sqrt{x^2 + 3x^4}\,;$$

b) trovare un polinomio $P(x)$ di grado non superiore a 5 tale che

$$\mathrm{sen}(2x + x^2) - P(x) = o(x^5) \qquad \text{per } x \to 0.$$

(7 punti)

---

5. Esprimere in forma trigonometrica e nella forma $a + ib$ il numero complesso

$$z = \frac{1+i}{1-i}\,.$$

Successivamente, calcolare z^{503} e le radici quinte di z, e disegnare nel piano complesso tutti i numeri trovati. *(6 punti)*

ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♣ (14/02/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 24–25 febbraio; ◯ 28 febbraio–4 marzo; ◯ 7–11 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = -\left|\sqrt[3]{9x - x^3}\right|,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. Calcolare

$$\int \frac{3\,\mathrm{arctg}(3x)}{\big(9\,\mathrm{arctg}^2(3x) - 6\,\mathrm{arctg}(3x) + 5\big)(9x^2+1)}\,dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(e^{n^\alpha + \frac{3}{n^2}} - 1\right), \qquad \sum_{n=0}^{+\infty}(n^2+1)^{\sqrt{n}}(x^2-1)^{n+2}\,.$$

(8 punti)

---

4. a) Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0$, di

$$x\sqrt{x^2 - 2x^4} - 2(1 - \cos x)\,;$$

b) trovare un polinomio $P(x)$ di grado non superiore a 5 tale che

$$P(x) - \mathrm{sen}(x - x^2) = o(x^5) \qquad \text{per } x \to 0.$$

(7 punti)

---

5. Esprimere in forma trigonometrica e nella forma $a + ib$ il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i\sqrt{3}}\,.$$

Successivamente, calcolare z^{402} e le radici quarte di z, e disegnare nel piano complesso tutti i numeri trovati. *(6 punti)*

ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♡ (14/02/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 24–25 febbraio; ◯ 28 febbraio–4 marzo; ◯ 7–11 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \left|\sqrt[3]{x^3 - 9x}\right|,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo.

---

2. Calcolare

$$\int \frac{2\,\mathrm{arctg}(2x)}{(4x^2+1)\big(9\,\mathrm{arctg}^2(2x) + 12\,\mathrm{arctg}(2x) + 4\big)}\,dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{2}{3^n} + n^\alpha\right), \qquad \sum_{n=0}^{+\infty} (n+3)^{\sqrt[3]{n+2}}(x^2+x)^{n+1}\,.$$

(8 punti)

---

4. a) Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, di

$$e^{2x^2} - 1 - 2x\sqrt{x^2 + 3x^3}\,;$$

b) trovare un polinomio $P(x)$ di grado non superiore a 5 tale che

$$\cos(x + x^2) - P(x) = o(x^5) \qquad \text{per } x \to 0.$$

(7 punti)

---

5. Esprimere in forma trigonometrica e nella forma $a + ib$ il numero complesso

$$z = \frac{1 - i\sqrt{3}}{\sqrt{3} + i}\,.$$

Successivamente, calcolare z^{601} e le radici quinte di z, e disegnare nel piano complesso tutti i numeri trovati.
(6 punti)

ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♠ (14/02/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 24–25 febbraio; ◯ 28 febbraio–4 marzo; ◯ 7–11 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = -\sqrt[3]{|4x - x^3|}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. Calcolare

$$\int \frac{3\,\mathrm{arctg}(3x)}{\big(\mathrm{arctg}^2(3x) - 6\,\mathrm{arctg}(3x) + 13\big)(9x^2+1)}\,dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Studiare la convergenza di ciascuna delle seguenti serie, al variare dei parametri reali α e x:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\left(e^{n^\alpha + \frac{3}{2^n}} - 1\right), \qquad \sum_{n=1}^{+\infty}(n+n^2)^{\sqrt{n}}(x^3-2x)^{n+3}\,.$$

(8 punti)

---

4. a) Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0$, di

$$x\sqrt{4x^2 - x^4} + 1 - e^{2x^2}\,;$$

b) trovare un polinomio $P(x)$ di grado non superiore a 5 tale che

$$P(x) - \cos(2x - x^2) = o(x^5) \qquad \text{per } x \to 0.$$

(7 punti)

---

5. Esprimere in forma trigonometrica e nella forma $a + ib$ il numero complesso

$$z = \frac{1-i}{1+i}\,.$$

Successivamente, calcolare z^{207} e le radici quarte di z, e disegnare nel piano complesso tutti i numeri trovati. *(6 punti)*