ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♢ (17/01/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 21 gennaio (solo 12 pers.); ◯ 31 gennaio–4 febbraio; ◯ 14–18 febbraio.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2+3x}{\sqrt[3]{x-1}}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'integrale

$$\int \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{2x-5}\right) dx\,;$$

b) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra le curve di equazione

$$y = \frac{1}{3+x^2} \quad \text{e} \quad y = \frac{x^2}{4}\,.$$

(8 punti)

---

3. Data la funzione

$$f(x) = \ln(ax+2) - b|x|\,,$$

dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

a) f è definita in un intorno di $-\infty$;

b) f ha un punto angoloso in $x = 0$ tale che la derivata sinistra in 0 valga 1, e quella destra valga 0;

c) f ammette un punto di massimo relativo per $x = 1$;

d) f ammette un asintoto obliquo per $x \to +\infty$;

e) f è convessa nel suo dominio.

(7 punti)

---

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni, dire è un infinito oppure un infinitesimo per $x \to +\infty$, e determinarne l'ordine:

$$f(x) = \log_5\left(\frac{x^3+3}{x^3+2}\right), \qquad g(x) = \ln\left(\frac{5}{x} + 4 + (x-6)e^{2x}\right), \qquad h(x) = x^2 - 1 - \sqrt[3]{x^6 - 3x^4}\,.$$

(7 punti)

---

5. Utilizzando la forma di Lagrange del resto di Taylor, calcolare $\operatorname{sh}\frac{1}{2}$ con un errore inferiore a 10^{-2}. *(6 punti)*

ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♣ (17/01/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 21 gennaio (solo 12 pers.); ◯ 31 gennaio–4 febbraio; ◯ 14–18 febbraio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 6x}{\sqrt[3]{x+2}}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'integrale

$$\int \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3x-1}\right) dx\,;$$

b) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra le curve di equazione

$$y = \frac{24}{2+x^2} \quad \text{e} \quad y = x^2\,.$$

(8 punti)

---

3. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{ax+4} - b|x|\,,$$

dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

a) f è definita in un intorno di $-\infty$;

b) f ha un punto angoloso in $x = 0$ tale che la derivata sinistra in 0 valga 3, e quella destra valga 0;

c) f ammette un punto di massimo relativo per $x = 1$;

d) f ammette un asintoto obliquo per $x \to +\infty$;

e) f è convessa nel suo dominio.

(7 punti)

---

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni, dire è un infinito oppure un infinitesimo per $x \to +\infty$, e determinarne l'ordine:

$$f(x) = \log_2 x^2 - \log_2(x^2+3)\,, \qquad g(x) = \ln\left(x^3 + e^{2x-3}\right), \qquad h(x) = x^3 - 1 - \sqrt[3]{x^9 - 3x^6}\,.$$

(7 punti)

---

5. Utilizzando la forma di Lagrange del resto di Taylor, calcolare $\operatorname{ch}\frac{1}{2}$ con un errore inferiore a 10^{-2}. *(6 punti)*

ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♡ (17/01/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 21 gennaio (solo 12 pers.); ◯ 31 gennaio–4 febbraio; ◯ 14–18 febbraio.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.

2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.

3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{\sqrt[3]{x+1}}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'integrale

$$\int \operatorname{arctg}\left(\frac{2x-5}{x}\right) dx\,;$$

b) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra le curve di equazione

$$y = \frac{1}{4+x^2} \quad \text{e} \quad y = \frac{x^2}{12}\,.$$

(8 punti)

---

3. Data la funzione

$$f(x) = a|x| - \ln(bx+2)\,,$$

dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

a) f è definita in un intorno di $-\infty$;

b) f ha un punto angoloso in $x = 0$ tale che la derivata sinistra in 0 valga 0, e quella destra valga 1;

c) f ammette un punto di minimo relativo per $x = -2$;

d) f ammette un asintoto obliquo per $x \to +\infty$;

e) f è concava nel suo dominio.

---

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni, dire è un infinito oppure un infinitesimo per $x \to +\infty$, e determinarne l'ordine:

$$f(x) = \log_2\left(\frac{x^2+5}{x^2}\right), \qquad g(x) = \ln\left(3 + \frac{5}{x} + (x^2+1)e^x\right), \qquad h(x) = \sqrt[3]{x^6 - 3x^4} - x^2 + 1\,.$$

(7 punti)

---

5. Utilizzando la forma di Lagrange del resto di Taylor, calcolare $\operatorname{sh}\frac{1}{3}$ con un errore inferiore a 10^{-2}. *(6 punti)*

ANALISI MATEMATICA/ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerosp. PROVA PRATICA ♠ (17/01/2011)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 21 gennaio (solo 12 pers.); ◯ 31 gennaio–4 febbraio; ◯ 14–18 febbraio.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2+6x}{\sqrt[3]{x-2}}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, determinare un intervallo in cui f è invertibile, dire dove è definita la funzione inversa così individuata, e disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'integrale

$$\int \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3x-1}\right)dx\,;$$

b) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra le curve di equazione

$$y = \frac{1}{2+x^2} \quad \text{e} \quad y = \frac{x^2}{3}\,.$$

(8 punti)

---

3. Data la funzione

$$f(x) = a|x| - \sqrt{bx+4}\,,$$

dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

a) f è definita in un intorno di $-\infty$;

b) f ha un punto angoloso in $x = 0$ tale che la derivata sinistra in 0 valga 1, e quella destra valga 0;

c) f ammette un punto di minimo relativo per $x = 1$;

d) f ammette un asintoto obliquo per $x \to +\infty$;

e) f è concava nel suo dominio.

(7 punti)

---

4. Per ciascuna delle seguenti funzioni, dire è un infinito oppure un infinitesimo per $x \to +\infty$, e determinarne l'ordine:

$$f(x) = \log_3 x^2 - \log_3(x^2+1)\,, \qquad g(x) = \ln\left(xe^{2x} - x^3\right), \qquad h(x) = x^3 - 2 - \sqrt[3]{x^9 - 6x^6}\,.$$

(7 punti)

---

5. Utilizzando la forma di Lagrange del resto di Taylor, calcolare $\operatorname{ch}\frac{1}{3}$ con un errore inferiore a 10^{-2}. *(6 punti)*