ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (16/7/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: ◯ 20 luglio; ◯ 21–22 luglio; ◯ 6–10 settembre.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln \left| \frac{2e^x - 1}{e^x - 1} \right| ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_{-2}^{2} \frac{\sqrt{2-|x|}}{|x|+3}\, dx$$

(7 punti)

---

3. Data la funzione

$$f(x) = ax^2 + bx + \operatorname{sen} x ,$$

dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

a) f è infinitesima di ordine 2 per $x \to 0$;

b) f è crescente in un intorno di $x = 0$;

c) f è convessa in $\mathbf{R}$;

d) f ammette un punto di minimo relativo per $x = \frac{\pi}{2}$;

e) f ammette minimo assoluto su $\mathbf{R}$.

(8 punti)

---

4. Al variare del parametro $\alpha > 0$, studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha + \alpha^{2n}} .$$

Mostrare inoltre che la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$$

è della forma $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (b_n - b_{n+1})$, e calcolarne la somma. *(8 punti)*

---

5. Utilizzando l'estrazione di radici nei numeri complessi, scomporre in polinomi reali irriducibili (in $\mathbf{R}$) il polinomio

$$P(x) = x^6 + 64 .$$

(5 punti)

ANALISI MATEMATICA I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (16/7/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** (facoltativo) ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: ◯ 20 luglio; ◯ 21–22 luglio; ◯ 6–10 settembre.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante. Scrivere il numero di matricola se si desidera che sia utilizzato al posto del nome nella comunicazione dei risultati.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln\left|\frac{e^x - 1}{e^x - 2}\right| ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. *(9 punti)*

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_{-3}^{3} \frac{\sqrt{3+|x|}}{4-|x|}\, dx$$

(7 punti)

---

3. Data la funzione

$$f(x) = ax^2 + bx + 1 - \cos x ,$$

dire per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbf{R}$ essa verifica ciascuna delle seguenti proprietà:

a) f è infinitesima di ordine superiore a 2 per $x \to 0$;

b) f è decrescente in un intorno di $x = 0$;

c) f è convessa in $\mathbf{R}$;

d) f ammette un punto di minimo relativo per $x = \pi$;

e) f ammette massimo assoluto su $\mathbf{R}$.

(8 punti)

---

4. Al variare del parametro $\alpha > 0$, studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\alpha^{3n} + n^{\alpha}} .$$

Mostrare inoltre che la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

è della forma $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(b_n - b_{n+1})$, e calcolarne la somma. *(8 punti)*

---

5. Utilizzando l'estrazione di radici nei numeri complessi, scomporre in polinomi reali irriducibili (in $\mathbf{R}$) il polinomio

$$P(x) = 64x^6 + 1 .$$

(5 punti)