ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♢ (17/2/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: ◯ 24–27 febbraio; ◯ 1–6 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x} - x\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.

(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_a^b \frac{3}{x}\,\ln^2 x\ \mathrm{arcsen}(2\ln x)\,dx\,,$$

dove a e b sono due numeri (distinti tra loro) a vostra scelta. *(8 punti)*

---

3. Trovare estremo superiore ed estremo inferiore delle seguenti successioni ($n = 1, 2, \ldots$):

$$a_n = n + \frac{12}{n}\,, \qquad b_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{2^k}{k!}\,.$$

(7 punti)

---

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, della funzione

$$f_\alpha(x) = \mathrm{sen}(x^2) - x^\alpha\,, \qquad (\alpha > 0)\,,$$

e successivamente studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} f_\alpha\Big(\frac{1}{\sqrt{n}}\Big)\,.$$

Inoltre calcolare per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^2+3)\,n!\,(n+2)!}{(3n-1)!}\big(\ln(2x - x^2)\big)^n\,.$$

(8 punti)

---

5. Verificare che le soluzioni complesse z dell'equazione

$$\mathrm{Im}(z)\left(\frac{|z|^2 + z^2}{2} - z - i\,\mathrm{Im}(z)(\mathrm{Re}(z) - 1) - 12\right) - \frac{3}{2}(z + \bar{z}) - 2 = 0$$

sono infinite e costituiscono, nel piano complesso, il grafico di una funzione $y = g(x)$, dove $x = \mathrm{Re}(z)$, $y = \mathrm{Im}(z)$ (non è richiesto di studiare $g(x)$). Presa la soluzione avente parte reale nulla, calcolarne le radici quinte in forma trigonometrica.

(5 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♡ (17/2/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: ◯ 24–27 febbraio; ◯ 1–6 marzo.
Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione
$$f(x) = x - \sqrt[3]{x^3 - 6x}\,,$$
e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.
(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale
$$\int_a^b \frac{6}{x}\,\ln^2 x\,\arccos(3\ln x)\,dx\,,$$
dove a e b sono due numeri (distinti tra loro) a vostra scelta. *(8 punti)*

---

3. Trovare estremo superiore ed estremo inferiore delle seguenti successioni ($n = 1, 2, \ldots$):
$$a_n = n + \frac{24}{n}\,, \qquad b_n = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^k.$$
(7 punti)

---

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, della funzione
$$f_\alpha(x) = \ln(1 + x^2) - x^\alpha\,, \qquad (\alpha > 0)\,,$$
e successivamente studiare la convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} f_\alpha\Big(\frac{2}{\sqrt{n}}\Big)\,.$$
Inoltre calcolare per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^2+1)\,n!\,(n+3)!}{(3n+1)!}\big(\ln(x^2-3x)\big)^n\,.$$
(8 punti)

---

5. Verificare che le soluzioni complesse z dell'equazione
$$\mathrm{Im}(z)\left(\frac{|z|^2 + z^2}{2} - 9z - i\,\mathrm{Im}(z)(\mathrm{Re}(z) - 9) + 20\right) - 2(z + \bar{z}) - 1 = 0$$
sono infinite e costituiscono, nel piano complesso, il grafico di una funzione $y = g(x)$, dove $x = \mathrm{Re}(z)$, $y = \mathrm{Im}(z)$ (non è richiesto di studiare $g(x)$). Presa la soluzione avente parte reale nulla, calcolarne le radici seste in forma trigonometrica.
(5 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (17/2/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: ◯ 24–27 febbraio; ◯ 1–6 marzo.
Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 9x} - x\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.
(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_a^b \frac{3}{x} \ln^2 x \operatorname{arcsen}\Big(\frac{\ln x}{2}\Big)\, dx\,,$$

dove a e b sono due numeri (distinti tra loro) a vostra scelta. *(8 punti)*

---

3. Trovare estremo superiore ed estremo inferiore delle seguenti successioni ($n = 1, 2, \ldots$):

$$a_n = n + \frac{12}{n}\,, \qquad b_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{3^k}{k!}\,.$$

(7 punti)

---

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, della funzione

$$f_\alpha(x) = \operatorname{arctg}(x^2) - x^\alpha\,, \qquad (\alpha > 0)\,,$$

e successivamente studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} f_\alpha\Big(\frac{3}{\sqrt{n}}\Big)\,.$$

Inoltre calcolare per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^2+3)\, n!\, (n+2)!}{(3n-1)!} \big(\ln(2x - x^2)\big)^n\,.$$

(8 punti)

---

5. Verificare che le soluzioni complesse z dell'equazione

$$\operatorname{Im}(z)\left(\frac{|z|^2 + z^2}{2} - z - i\operatorname{Im}(z)(\operatorname{Re}(z) - 1) - 12\right) - \frac{3}{2}(z + \bar{z}) - 2 = 0$$

sono infinite e costituiscono, nel piano complesso, il grafico di una funzione $y = g(x)$, dove $x = \operatorname{Re}(z)$, $y = \operatorname{Im}(z)$ (non è richiesto di studiare $g(x)$). Presa la soluzione avente parte reale nulla, calcolarne le radici seste in forma trigonometrica.
(5 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♠ (17/2/2010)

Cognome e nome .... **N. matricola** ....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica: ◯ 24–27 febbraio; ◯ 1–6 marzo.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = x - \sqrt[3]{x^3 - 3x}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.

(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_a^b \frac{6}{x}\ln^2 x \arccos\Big(\frac{\ln x}{3}\Big)\,dx\,,$$

dove a e b sono due numeri (distinti tra loro) a vostra scelta. *(8 punti)*

---

3. Trovare estremo superiore ed estremo inferiore delle seguenti successioni ($n = 1, 2, \dots$):

$$a_n = n + \frac{20}{n}\,, \qquad b_n = \sum_{k=0}^{n}\Big(\frac{3}{4}\Big)^k\,.$$

(7 punti)

---

4. Calcolare l'ordine di infinitesimo, per $x \to 0^+$, della funzione

$$f_\alpha(x) = x^\alpha - \ln(1 + x^2)\,, \qquad (\alpha > 0)\,,$$

e successivamente studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} f_\alpha\Big(\frac{2}{\sqrt{n}}\Big)\,.$$

Inoltre calcolare per quali $x \in \mathbf{R}$ converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^2+1)\,n!\,(n+3)!}{(3n+1)!}\big(\ln(x^2 - 3x)\big)^n\,.$$

(8 punti)

---

5. Verificare che le soluzioni complesse z dell'equazione

$$\mathrm{Im}(z)\left(\frac{|z|^2 + z^2}{2} - 9z - i\,\mathrm{Im}(z)(\mathrm{Re}(z) - 9) + 20\right) - 2(z + \bar{z}) - 1 = 0$$

sono infinite e costituiscono, nel piano complesso, il grafico di una funzione $y = g(x)$, dove $x = \mathrm{Re}(z)$, $y = \mathrm{Im}(z)$ (non è richiesto di studiare $g(x)$). Presa la soluzione avente parte reale nulla, calcolarne le radici quinte in forma trigonometrica.

(5 punti)