ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA $\diamondsuit$ (17/9/2009)

Cognome e nome..

La prova teorica si svolgerà nel periodo 23-25 settembre.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x - 3}\,,$$

e in particolare: dominio, segno, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.

(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{(x-9)(\sqrt{x}-3)}\,dx\,.$$

Successivamente, calcolare l'integrale

$$\int_{-4}^4 \frac{\sqrt{|x|}}{(|x|-9)(\sqrt{|x|}-3)}\,dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Ordinare in ordine crescente i seguenti infinitesimi, per $x \to 0^+$:

$$f(x) = 1 - \cos(\operatorname{sen} x)\,, \qquad g(x) = x + x\log x\,, \qquad h(x) = \sqrt{1-\operatorname{sen} x} - \sqrt{1-x}\,.$$

(7 punti)

---

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie seguenti, al variare del parametro indicato:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{2^n}}{\ln(1+\alpha^n)}\,, \quad (\alpha > 0)\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{x^n}\,, \quad (x \in \mathbf{R} \setminus \{0\})\,.$$

(7 punti)

---

5. a) Determinare l'estremo superiore e quello inferiore della funzione

$$f(x) = 1 - \operatorname{arctg}^3 x$$

sull'asse reale.

b) Determinare l'estremo superiore e quello inferiore della successione

$$a_n = -\frac{2}{3}n^3 + \frac{3}{2}n^2 + 14n\,, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

(7 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (17/9/2009)

Cognome e nome..

La prova teorica si svolgerà nel periodo 23-25 settembre.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{1}{3\operatorname{tg}^2 x - 1}\,,$$

e in particolare: dominio, segno, eventuali simmetrie e periodicità, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo.

(9 punti)

---

2. Calcolare l'integrale

$$\int_0^2 \frac{\sqrt{x}}{(x-4)(\sqrt{x}+2)}\,dx\,.$$

Successivamente, calcolare l'integrale

$$\int_{-2}^2 \frac{\sqrt{|x|}}{(|x|-4)(\sqrt{|x|}+2)}\,dx\,.$$

(7 punti)

---

3. Ordinare in ordine crescente i seguenti infinitesimi, per $x \to 0^+$:

$$f(x) = \ln(1+3\operatorname{tg} x)\,, \qquad g(x) = \sqrt{x} - x\log x\,, \qquad h(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1+\operatorname{sh} x}\,.$$

(7 punti)

---

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie seguenti, al variare del parametro indicato:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}\frac{1}{n^2}}{\ln(1+n^\alpha)}\,, \quad (\alpha \in \mathbf{R})\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{x^n}\,, \quad (x \in \mathbf{R}\setminus\{0\})\,.$$

(7 punti)

---

5. a) Determinare l'estremo superiore e quello inferiore della funzione

$$f(x) = -\operatorname{arctg}(1+x^3)$$

sull'asse reale.

b) Determinare l'estremo superiore e quello inferiore della successione

$$a_n = -\frac{2}{3}n^3 + \frac{7}{2}n^2 + 9n\,, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

(7 punti)