

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

22-26 giugno;

29 giugno - 2 luglio;

13 - 23 luglio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \max \{4x^{4/5} - 3x^{8/5}, x^{6/5}\},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x^2 \operatorname{sen}(3x + 2) dx.$$

Successivamente, trovare una formula iterativa che permetta di calcolare l'integrale

$$I_n = \int x^n \operatorname{sen}(3x + 2) dx.$$

in funzione di I_{n-2} , qualunque sia $n \geq 2$. (7 punti)

3. Provare che

$$\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^6 + \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^6 = 2.$$

Calcolare inoltre le radici terze di

$$z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}.$$

(6 punti)

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n+3)!}{(n!)^2 - 5^n}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(n \ln^2 \left(1 + \frac{\alpha}{n} \right) - \frac{4}{n} \right), \quad \alpha \in \mathbf{R}.$$

(7 punti)

5. Dire se le seguenti funzioni sono infiniti o infinitesimi per $x \rightarrow +\infty$:

$$f(x) = \ln \left(\frac{x+1}{x} \right), \quad h(x) = \sqrt{1 - \frac{3}{x^2}} - 1, \quad g(x) = \cos \left(\frac{1}{x} \right) - e^{\frac{1}{x^2}}.$$

Successivamente stabilire l'ordine di ognuna di esse. (7 punti)

Cognome e nome

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

22-26 giugno;

29 giugno - 2 luglio;

13 - 23 luglio.

Note

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \min \{4x^{8/5} - 5x^{4/5}, -x^{6/5}\},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int x^2 \cos(2x - 5) dx.$$

Successivamente, trovare una formula iterativa che permetta di calcolare l'integrale

$$I_n = \int x^n \cos(2x - 5) dx.$$

in funzione di I_{n-2} , qualunque sia $n \geq 2$. (7 punti)

3. Provare che

$$\left(\frac{\sqrt{3} + i}{2}\right)^6 + \left(\frac{i - \sqrt{3}}{2}\right)^6 = -2.$$

Calcolare inoltre le radici terze di

$$z = \frac{i - \sqrt{3}}{2}.$$

(6 punti)

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2 - n2^n}{(n+5)!}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\alpha}{n} - n \ln^2\left(1 + \frac{2}{n}\right)\right), \quad \alpha \in \mathbf{R}.$$

(7 punti)

5. Dire se le seguenti funzioni sono infiniti o infinitesimi per $x \rightarrow +\infty$:

$$f(x) = \sin \frac{x-1}{x^3+2}, \quad h(x) = \sqrt[3]{1 - \frac{2}{x^4}} - 1, \quad g(x) = 1 - x \ln \left(\frac{x+1}{x}\right).$$

Successivamente stabilire l'ordine di ognuna di esse. (7 punti)