

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

28–30 gennaio;

2–5 febbraio;

16–20 febbraio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = 1 - \sqrt{|x^4 - 2x^2|},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sin x}{2 \cos x - \sin^2 x + 6} dx$$

e l'integrale definito

$$\int_0^4 f(x) dx,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

3. a) Sia  $w = 2\sqrt{3} - 2i$ . Calcolare  $|w|$ ,  $\frac{1}{w}$ ,  $\bar{w}$ ,  $w^3$  e le radici terze di  $w^3$ .

b) Risolvere l'equazione

$$z|z|^2 - i4\bar{z} = 0.$$

(6 punti)

4. Al variare del parametro indicato, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n + \log^2 n}{n^2 + 3^{\alpha n}} \quad (\alpha \in \mathbf{R}), \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{n+\log n}}{n^2 + 5} (x-1)^n \quad (x \in \mathbf{R}).$$

(7 punti)

5. a) Trovare l'ordine dei seguenti infinitesimi, per  $x \rightarrow 0^+$ :

$$\log(1 + 4 \sin^3 x), \quad \frac{e^{4x^2} - 1 - 4x^2}{\sqrt{x} - \sin \sqrt{x}}.$$

b) Trovare un polinomio  $P(x)$  tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - P(x)) = 0,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

28–30 gennaio;

2–5 febbraio;

16–20 febbraio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = 2 + \sqrt{|x^4 - x^2|},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescita, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x}{6 \sin x - \cos^2 x + 14} dx$$

e l'integrale definito

$$\int_0^5 f(x) dx,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

3. a) Sia  $w = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$ . Calcolare  $|w|$ ,  $\frac{1}{w}$ ,  $\bar{w}$ ,  $w^4$  e le radici quarte di  $w^4$ .

b) Risolvere l'equazione

$$3\bar{z} - iz|z|^2 = 0.$$

(6 punti)

4. Al variare del parametro indicato, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2 + \log n}{n^3 + 2^{\alpha n}} \quad (\alpha \in \mathbf{R}), \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{e^{n-\log n}}{n^2 + 4} (x-2)^n \quad (x \in \mathbf{R}).$$

(7 punti)

5. a) Trovare l'ordine dei seguenti infinitesimi, per  $x \rightarrow 0^+$ :

$$\log(1 + 4 \sin x^3), \quad \frac{e^{3x^2} - 1 - 3x^2}{1 - \cos \sqrt{x} - \frac{x}{2}}.$$

b) Trovare un polinomio  $P(x)$  tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - P(x)) = 0,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

28–30 gennaio;

2–5 febbraio;

16–20 febbraio.

Note .....

### ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = 1 + \sqrt{|3x^2 - x^4|},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\cos x}{2 \sin x - \cos^2 x + 6} dx$$

e l'integrale definito

$$\int_0^4 f(x) dx,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

3. a) Sia  $w = 1 - \sqrt{3}i$ . Calcolare  $|w|$ ,  $\frac{1}{w}$ ,  $\bar{w}$ ,  $w^3$  e le radici terze di  $w^3$ .

b) Risolvere l'equazione

$$z|z|^2 = i3\bar{z}.$$

(6 punti)

4. Al variare del parametro indicato, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3n - \log n}{5^{\alpha n} + n^2} \quad (\alpha \in \mathbf{R}), \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^{n+\log_2 n}}{n^2 + 1} (x+1)^n \quad (x \in \mathbf{R}).$$

(7 punti)

5. a) Trovare l'ordine dei seguenti infinitesimi, per  $x \rightarrow 0^+$ :

$$\log(1 - \operatorname{tg}^2 x), \quad \frac{x^2 - \operatorname{sh} x^2}{e^{\sqrt{x}} - 1 - \sqrt{x}}.$$

b) Trovare un polinomio  $P(x)$  tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - P(x)) = 0,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

Cognome e nome .....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

 28-30 gennaio; 2-5 febbraio; 16-20 febbraio.

Note.....

## ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = 3 - \sqrt{|x^4 - 4x^2|},$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sin x}{4 \cos x - 4 \sin^2 x + 9} dx$$

e l'integrale definito

$$\int_0^3 f(x) dx,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)

3. a) Sia
- $w = 3 + 3i$
- . Calcolare
- $|w|$
- ,
- $\frac{1}{w}$
- ,
- $\bar{w}$
- ,
- $w^4$
- e le radici quarte di
- $w^4$
- .

b) Risolvere l'equazione

$$4\bar{z} + iz|z|^2 = 0.$$

(6 punti)

4. Al variare del parametro indicato, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\log n^2 + 3n^2}{4^{\alpha n} + n^3} \quad (\alpha \in \mathbf{R}), \quad \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^{n+\log_3 n}}{n+6} (x+2)^n \quad (x \in \mathbf{R}).$$

(7 punti)

5. a) Trovare l'ordine dei seguenti infinitesimi, per
- $x \rightarrow 0^+$
- :

$$\log(1 + 2 \operatorname{tg} x^3), \quad \frac{\cos x^2 - 1 + \frac{x^4}{2}}{x - \sin x}.$$

b) Trovare un polinomio  $P(x)$  tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - P(x)) = 0,$$

dove  $f(x)$  è la funzione definita nel precedente esercizio 1. (7 punti)