

Cognome e nome.....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

13–17 luglio;

20–23 luglio.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1} e^{2x},$$

e in particolare: dominio, segno, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, senza ulteriori calcoli, disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x}{(5+x)^2} dx.$$

Successivamente, calcolare l'area dell'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\sin x}{(5 + \cos \frac{x}{2})^2} \right\}.$$

(7 punti)

3. Determinare il parametro reale α in modo che il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{1-\alpha i}$$

abbia argomento $\pi/4$. Successivamente per tale valore di α calcolare $|z|$, \bar{z} , z^6 e le radici seste di z^6 . (6 punti)

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\pi n + \frac{1}{n}\right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{1}{n^2} - \sin \frac{1}{n^2}\right)^\alpha, \quad \alpha \in \mathbf{R}.$$

(7 punti)

5. Determinare l'estremo superiore ed inferiore dell'insieme

$$E = \left\{ \frac{2n}{n+3}, n \in \mathbf{N} \right\},$$

dire se si tratta rispettivamente di un massimo o di un minimo. Successivamente calcolare l'estremo superiore ed inferiore di

$$E_1 = \left\{ \frac{2n \cos(n\pi/2)}{n+3}, n \in \mathbf{N} \right\}.$$

Anche in questo caso stabilire se si tratta rispettivamente di un massimo o di un minimo. (7 punti)

Cognome e nome.....

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

13–17 luglio;

20–23 luglio.

Note.....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x-2} e^{-x},$$

e in particolare: dominio, segno, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescita e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità, intervalli di concavità e convessità, flessi. Disegnarne un grafico qualitativo. Successivamente, senza ulteriori calcoli, disegnare il grafico di $f(|x|)$ e di $|f(x)|$. (9 punti)

2. Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{x}{(3+x)^2} dx.$$

Successivamente, calcolare l'area dell'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \frac{\sin x}{(3 + \sin \frac{x}{2})^2} \right\}.$$

(7 punti)

3. Determinare il parametro reale α in modo che il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha - i}$$

abbia argomento $3\pi/4$. Successivamente per tale valore di α calcolare $|z|$, \bar{z} , z^4 e le radici quarte di z^4 . (6 punti)

4. Studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin\left(\pi n + \frac{1}{n^2}\right), \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) - 1 + e^{1/n}\right)^\alpha, \quad \alpha \in \mathbf{R}.$$

(7 punti)

5. Determinare l'estremo superiore ed inferiore dell'insieme

$$E = \left\{ \frac{3n^2}{n^2+1}, n \in \mathbf{N} \right\},$$

dire se si tratta rispettivamente di un massimo o di un minimo. Successivamente calcolare l'estremo superiore ed inferiore di

$$E_1 = \left\{ \frac{3n^2 \sin(n\pi/2)}{n^2+1}, n \in \mathbf{N} \right\}.$$

Anche in questo caso stabilire se si tratta rispettivamente di un massimo o di un minimo. (7 punti)