ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA $\diamondsuit$ (24/2/2009)

Cognome e nome...

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 2–5 marzo; ◯ 8–12 marzo.

Note...

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. a) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[6]{3-x}\, e^{-2|x-1|}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità (non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda). Disegnarne un grafico qualitativo.

b) Determinare l'immagine di f.

c) Determinare **un** intervallo in cui f risulti invertibile, e dire dove è definita la funzione inversa f^{-1} così determinata. Senza calcolarla, disegnare un grafico qualitativo di f^{-1}. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra la parabola $y = 2 - 3x^2 - 5x$ e la retta $y = x - 7$.

b) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} (x+1)^2\, |\cos x|\, dx\,.$$

(7 punti)

---

3. a) Dato il numero complesso

$$z = \frac{(1-i)^{11}}{(1+i)^7}\,,$$

scriverlo in forma trigonometrica e algebrica, e calcolarne le radici quarte, solo in forma trigonometrica.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, risolvere (quando possibile) l'equazione

$$z = |z|^2 + i\alpha\,.$$

nel campo complesso *(6 punti)*

---

4. Al variare dei parametri $\alpha, x \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{n^2+2n+4} - n^{3/2}\right)^{\alpha}}{n+1}\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{1}{n^2}\right)^{n^3+n} (x-1)^n\,.$$

(7 punti)

---

5. Trovare l'ordine di ciascuno dei seguenti infinitesimi, per $x \to 0^+$:

$$x + \mathrm{tg}(x^3)\,, \qquad 2x^2 - e^{-1/x}\,, \qquad \sqrt{x^2+x^3} - \mathrm{sen}\, x\,.$$

(7 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♣ (24/2/2009)

Cognome e nome..

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 2–5 marzo; ◯ 8–12 marzo.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. a) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{4-x}\, e^{-3|x-2|}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità (non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda). Disegnarne un grafico qualitativo.

b) Determinare l'immagine di f.

c) Determinare **un** intervallo in cui f risulti invertibile, e dire dove è definita la funzione inversa f^{-1} così determinata. Senza calcolarla, disegnare un grafico qualitativo di f^{-1}. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra la parabola $4y + 4 = x^2$ e la retta $y = 2 - x$.

b) Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{2\pi} (x+2)^2\, |\sin x|\, dx\,.$$

(7 punti)

---

3. a) Dato il numero complesso

$$z = \frac{(1+\sqrt{3}i)^9}{(1-\sqrt{3}i)^8}\,,$$

scriverlo in forma trigonometrica e algebrica, e calcolarne le radici terze, solo in forma trigonometrica.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, risolvere (quando possibile) l'equazione

$$i|z|^2 + 2z = \alpha\,.$$

nel campo complesso *(6 punti)*

---

4. Al variare dei parametri $\alpha, x \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+2}{\left(\sqrt[3]{n^2-3n} - n^{3/2}\right)^{\alpha}}\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1+\frac{3}{n}\right)^{n^2-n} (2-x)^n\,.$$

(7 punti)

---

5. Trovare l'ordine di ciascuno dei seguenti infinitesimi, per $x \to 0^+$:

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x\,, \qquad \log\sqrt{1+x}\,, \qquad \operatorname{sen}(x+x^2) - \operatorname{sen} x\,.$$

(7 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♡ (24/2/2009)

Cognome e nome..

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 2–5 marzo; ◯ 8–12 marzo.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. a) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[8]{x-2}\, e^{-4|x-3|}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità (non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda). Disegnarne un grafico qualitativo.

b) Determinare l'immagine di f.

c) Determinare **un** intervallo in cui f risulti invertibile, e dire dove è definita la funzione inversa f^{-1} così determinata. Senza calcolarla, disegnare un grafico qualitativo di f^{-1}. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra la parabola $y = x^2 + 5x - 1$ e la retta $y = 4x + 1$.

b) Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi} x^2\, |2\cos x - 1|\, dx\,.$$

(7 punti)

---

3. a) Dato il numero complesso

$$z = \frac{(1+i)^{10}}{(1-i)^8}\,,$$

scriverlo in forma trigonometrica e algebrica, e calcolarne le radici quarte, solo in forma trigonometrica.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, risolvere (quando possibile) l'equazione

$$\overline{z} = |z|^2 + 2i\alpha\,.$$

nel campo complesso *(6 punti)*

---

4. Al variare dei parametri $\alpha, x \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2+1}{\left(n^{3/2} - \sqrt[3]{n^2-5}\right)^{\alpha}}\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{3}{n}\right)^{n^2+1} (x+2)^n\,.$$

(7 punti)

---

5. Trovare l'ordine di ciascuno dei seguenti infinitesimi, per $x \to 0^+$:

$$e^{x+x^2} - 1\,, \qquad x^2 + e^{-1/x}\,, \qquad \log\frac{\operatorname{sen} x}{x}\,.$$

(7 punti)

ANALISI MAT./ANALISI MAT. I - Ing. Aerospaziale PROVA PRATICA ♠ (24/2/2009)

Cognome e nome..

Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:

◯ 2–5 marzo; ◯ 8–12 marzo.

Note..

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi** attenendosi alle domande in essi formulate, e motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di calcolatrici grafiche o simboliche, personal computer, appunti. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. a) Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[6]{x-1}\, e^{-3|4-x|}\,,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti, crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, classificazione degli eventuali punti di non derivabilità (non sono richiesti il calcolo e lo studio della derivata seconda). Disegnarne un grafico qualitativo.

b) Determinare l'immagine di f.

c) Determinare **un** intervallo in cui f risulti invertibile, e dire dove è definita la funzione inversa f^{-1} così determinata. Senza calcolarla, disegnare un grafico qualitativo di f^{-1}. *(9 punti)*

---

2. a) Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra la parabola $y = x^2 + 2x - 2$ e la retta $y = x + 10$.

b) Calcolare l'integrale definito

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2\, |2\sin x - 1|\, dx\,.$$

(7 punti)

---

3. a) Dato il numero complesso

$$z = \frac{(1-\sqrt{3}i)^{11}}{(1+\sqrt{3}i)^9}\,,$$

scriverlo in forma trigonometrica e algebrica, e calcolarne le radici terze, solo in forma trigonometrica.

b) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, risolvere (quando possibile) l'equazione

$$z + i\alpha = |z|^2\,.$$

nel campo complesso *(6 punti)*

---

4. Al variare dei parametri $\alpha, x \in \mathbf{R}$, studiare la convergenza di ciascuna delle serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\left(n^{3/2} - \sqrt[3]{n^2 - 2n}\right)^{\alpha}}{n+1}\,, \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{2n^2}\right)^{n^3+2} (x-4)^n\,.$$

(7 punti)

---

5. Trovare l'ordine di ciascuno dei seguenti infinitesimi, per $x \to 0^+$:

$$\mathrm{arctg}(x^2 + x)\,, \qquad \log \sqrt[3]{1-x}\,, \qquad \cos(x + x^2) - \cos x\,.$$

(7 punti)