Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 17–19 gennaio ◯ 24–26 gennaio ◯ 31 gennaio–2 febbraio ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione
$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{(2x-3)^4}\right) ,$$
e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Calcolare $\displaystyle\int x^2\sqrt{16+x^6}\,dx$.

b) Calcolare l'area dell'insieme $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ |x| \le 1 \, , \ |y| \le x^2\sqrt{16+x^6}\right\}$.

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso
$$z^2 - 2iz - |z|^2 = 3\,\mathrm{Re}(z) \ , \qquad \left(\frac{w-i}{w}\right)^4 + 4 = 0 \ .$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo delle seguenti funzioni:
$$f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^3 + 5\sin^2 x} \quad (\text{per } x \to 0^+ \text{ e } x \to +\infty) \ , \qquad g(x) = x^2 - 3x^4 \ln x \quad (\text{per } x \to 0^+) \ ,$$
$$h(x) = \frac{3}{x^2} + \sin\frac{\alpha}{x^2} + \frac{\beta}{x^6} \quad (\text{per } x \to +\infty, \ \text{al variare di } \alpha, \beta \in \mathbb{R}) \ .$$

---

5. Data la funzione
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 + a} + bx - \operatorname{arctg}(x^2) \, ,$$
trovare tutte le coppie $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ (se esistono) che rendano vera (separatamente) ciascuna delle seguenti condizioni:

i) f è derivabile in $\mathbb{R}$;
ii) esistono due punti distinti in cui f non è derivabile;
iii) f è definitivamente crescente per $x \to +\infty$;
iv) f ammette minimo relativo in $x_0 = 0$.

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 17–19 gennaio ◯ 24–26 gennaio ◯ 31 gennaio–2 febbraio ◯ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione
$$f(x) = \ln\left(\frac{(2x-1)^2}{x^4}\right) \ ,$$
e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Calcolare $\displaystyle\int x^2\sqrt{25x^6+1}\,dx$.

b) Calcolare l'area dell'insieme $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ |x| \le 1\,,\ |y| \le x^2\sqrt{25x^6+1}\right\}$.

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso
$$(\overline{z})^2 - 4iz - |z|^2 = 2\,\mathrm{Re}(z)\ , \qquad \left(\frac{w+i}{w}\right)^4 + 64 = 0\ .$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo delle seguenti funzioni:
$$f(x) = \frac{1-\cos(x^2)}{e^x-1-x^2} \quad (\text{per } x\to 0^+)\ , \qquad g(x) = x(x-1)^2 - 3x^2\ln x \quad (\text{per } x\to 0^+ \text{ e per } x \to 1^+)\ ,$$
$$h(x) = \ln\left(1+\frac{\alpha}{x^2}\right) + \frac{3}{x^2} - \frac{\beta}{x^4} \quad (\text{per } x\to+\infty,\ \text{al variare di } \alpha,\beta\in\mathbb{R})\ .$$

---

5. Data la funzione
$$f(x) = a(x+x^3) + \sqrt[3]{x^2+b} - x\,\mathrm{arctg}\,x,$$
trovare tutte le coppie $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ (se esistono) che rendano vera (separatamente) ciascuna delle seguenti condizioni:
i) f è derivabile in $\mathbb{R}$;
ii) esistono due punti distinti in cui f non è derivabile;
iii) f è definitivamente crescente per $x\to+\infty$;
iv) f ammette minimo relativo in $x_0 = 0$.

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
◯ 17–19 gennaio ◯ 24–26 gennaio ◯ 31 gennaio–2 febbraio ◯ in un appello successivo.
Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{(2x-3)^4}{x^2}\right) ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Calcolare $\displaystyle\int x^2\sqrt{1+16x^6}\,dx$.

b) Calcolare l'area dell'insieme $D = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \ : \ |x|\le 1\,,\ |y|\le x^2\sqrt{1+16x^6}\right\}$.

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso

$$z^2 - 2iz + |z|^2 = 5\,\mathrm{Re}(z)\ , \qquad \left(\frac{w}{w-i}\right)^4 + 4 = 0\ .$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{e^x - x^3 - 1}{1-\cos(2x)} \quad (\text{per } x\to 0^+)\ , \qquad g(x) = 3x^2\ln x - x(x-1)^2 \quad (\text{per } x\to 0^+ \text{ e per } x\to 1^+)\ ,$$

$$h(x) = \frac{2}{x+1} - \sin\frac{\alpha}{x+1} + \frac{\beta}{(x+1)^3} \quad (\text{per } x\to+\infty,\ \text{al variare di } \alpha,\beta\in\mathbb{R})\ .$$

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2+a} - x\,\mathrm{arctg}\,x + b(x+x^3)\,,$$

trovare tutte le coppie $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ (se esistono) che rendano vera (separatamente) ciascuna delle seguenti condizioni:
i) f è derivabile in $\mathbb{R}$;
ii) esistono due punti distinti in cui f non è derivabile;
iii) f è definitivamente crescente per $x\to+\infty$;
iv) f ammette minimo relativo in $x_0 = 0$.

Punteggi: **1:** 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.

Cognome e nome .... **N. matricola** ....
Se ammesso, desidererei sostenere la prova teorica:
○ 17–19 gennaio ○ 24–26 gennaio ○ 31 gennaio–2 febbraio ○ in un appello successivo.

Note ....

ISTRUZIONI

1. Compilare la parte soprastante.
2. **Svolgere i seguenti esercizi,** motivando le risposte in modo chiaro ed esauriente. Nel caso di dubbi sul testo, chiedere chiarimenti al docente. Non è consentito l'uso di strumenti elettronici di calcolo, appunti, libri di esercizi. E' consentito l'uso di libri di testo e formulari.
3. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto in modo chiaro e leggibile** insieme a questo foglio. Scrivere nome e cognome **su ogni foglio** che si consegna.

---

1. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^4}{(2x-1)^2}\right) ,$$

e in particolare: dominio, eventuali simmetrie, insiemi di continuità e di derivabilità, limiti significativi, asintoti; crescenza e decrescenza, estremi relativi e assoluti, eventuali punti di non derivabilità; concavità, convessità, flessi. Disegnare un grafico qualitativo di $f(x)$.

---

2. a) Calcolare $\displaystyle\int x^2\sqrt{x^6+25}\,dx$.

b) Calcolare l'area dell'insieme $D = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \ : \ |x|\le 1\, ,\ |y|\le x^2\sqrt{x^6+25}\right\}$.

---

3. Risolvere ciascuna delle seguenti equazioni e disegnarne le soluzioni nel piano complesso

$$|z|^2-(\overline{z})^2+2iz = 4\,\mathrm{Re}(z) \ , \qquad \left(\frac{w}{w+i}\right)^4 + 64 = 0 \ ,$$

---

4. Calcolare l'ordine di infinito/infinitesimo delle seguenti funzioni:

$$f(x) = \frac{x^2+5\sin^3 x}{\mathrm{arctg}(2x)} \quad (\text{per } x\to 0^+ \text{ e } x\to+\infty) \ , \qquad g(x) = x^2+\frac{5x^3}{\ln x} \quad (\text{per } x\to 0^+) \ ,$$

$$h(x) = \ln\left(1+\frac{3}{x^2}\right)+\frac{\alpha}{x^2}+\frac{\beta}{x^4} \quad (\text{per } x\to+\infty,\ \text{al variare di } \alpha,\beta\in\mathbb{R}) \ .$$

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2-a}+bx-2\,\mathrm{arctg}(x^2) \, ,$$

trovare tutte le coppie $(a,b)\in\mathbb{R}^2$ (se esistono) che rendano vera (separatamente) ciascuna delle seguenti condizioni:

i) f è derivabile in $\mathbb{R}$;
ii) esistono due punti distinti in cui f non è derivabile;
iii) f è definitivamente crescente per $x\to+\infty$;
iv) f ammette minimo relativo in $x_0 = 0$.

Punteggi: 1: 8 punti; **2:** 7 punti; **3:** 7 punti; **4:** 7 punti; **5:** 7 punti. Per essere ammessi alla prova di teoria occorrono 15 punti. Valgono anche punteggi parziali.