SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Fisica
Laboratorio di Calcolo - **Esercitazione n. 5**

Il metodo di Cramer per la soluzione di un sistema di equazioni lineari $Ax = b$ consiste nel calcolare il determinante della matrice del sistema A e quelli delle matrici A_i ottenute sostituendo la colonna i-esima con quella dei termini noti b. La componente x_i della soluzione x si ricava come

$$x_i = \frac{\det A_i}{\det A} .$$

Il determinante di una matrice quadrata 3×3 si può calcolare usando la *regola di Sarrus*, che consiste in quanto segue: dalla matrice A, con $N = 3$ righe e altrettante colonne, se ne ricava una B con N righe e $2N$ colonne in cui la metà destra di B è una copia esatta di A. Si calcolano quindi i prodotti p degli elementi che si trovano lungo tutte le N diagonali che si possono costruire partendo dall'elemento in alto a sinistra e si sommano tra loro algebricamente. Successivamente si calcolano gli N prodotti degli elementi che si trovano lungo le N diagonali che si possono costruire in direzione opposta partendo dall'elemento in alto a destra di B. Questi prodotti si sommano col segno cambiato a quanto ottenuto al passaggio precedente. Il risultato di questa somma è il determinante della matrice.

Consideriamo, per esempio, la matrice seguente.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 6 \\ 3 & 5 & 9 \\ 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Ricaviamo la matrice B come

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 6 & 5 & 8 & 6 \\ 3 & 5 & 9 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 9 & 9 & 7 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

Le possibili diagonali dall'elemento in alto a sinistra formano i seguenti prodotti: $(5 \times 5 \times 9) = 225$, $(8 \times 9 \times 7) = 504$ e $(6 \times 3 \times 9) = 162$. Quelle in direzione opposta sono invece: $(6 \times 5 \times 7) = 210$, $(8 \times 3 \times 9) = 216$ e $(5 \times 9 \times 9) = 405$. Dati questi valori si calcola

$$\det A = 225 + 504 + 162 - 210 - 216 - 405 = 60 .$$

Scrivete un programma in un *file* di nome <cognome_1>_<cognome_2>.c nella vostra *home directory*, dove <cognome_1> rappresenta il cognome di uno di voi e <cognome_2> l'altro. Il programma deve risolvere un sistema di tre equazioni con tre incognite generato a caso. Seguite la traccia che segue per scrivere il programma.

- Il programma definisce due array bidimensionali A e B di taglia opportuna.
- Genera la soluzione del sistema estraendo tre numeri interi pseudocasuali compresi tra 0 e 10 (inclusi gli estremi).
- Genera la matrice A con coefficienti interi compresi tra -9 e $+9$ e calcola il vettore dei termini noti b.
- Stampa sullo schermo il sistema di equazioni da risolvere. Su ciascuna riga devono comparire esplicitamente i coefficienti delle incognite, queste ultime con l'opportuno indice e il termine noto in un formato come quello dell'esempio: `3x_1+5x_2+2x_3=-5` nel caso in cui una riga della matrice A contenga gli elementi 3, 5 e 2, mentre il corrispondente elemento del vettore dei termini noti è -5.
- Qualora il coefficiente di una variabile sia uguale a 1, in modulo, esso non deve comparire nell'equazione: e.g. `3x_1+x_2+2x_3=-5` se il secondo elemento della matrice A è pari a 1.
- Se un elemento della matrice è nullo, la variabile corrispondente non deve comparire: e.g. `3x_1+2x_3=-5` se il secondo elemento della matrice A è nullo.
- Calcola, usando la regola di Sarrus, il determinante della matrice A e di tutte quelle che si ottengono sostituendo alla colonna i-esima quella del vettore dei termini noti.
- Trova la soluzione attraverso il metodo di Cramer e la confronta con quella generata. Per farlo, il programma scrive tre righe, in ciascuna delle quali si può leggere il valore della soluzione trovata x_i, il valore inizialmente generato $\bar{x}_i$, la differenza $|x_i - \bar{x}_i|$ e l'errore relativo $|x_i - \bar{x}_i|/\bar{x}_i$, $i \in [1, 3]$.