SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Corso di Laurea in Biotecnologie Agro–Industriali
Prova scritta di Fisica - A.A. 2017-18 - 9 luglio 2018

(1) Un camion di 20 tonnellate sale su una strada con pendenza costante del 10 % a velocità v costante. Il suo motore può erogare una potenza massima di 500 kW. Ipotizzando che il camion sia soggetto a una forza d'attrito della forma $F_a = -Av$ con $A = 1\,000$ Ns/m, calcolatene la velocità massima.

(2) Due condensatori di capacità $C_1 = 10$ pF e $C_2 = 40$ pF portano rispettivamente una carica $Q_1 = 2\,\mu$C e $Q_2 = 1\,\mu$C. Se una delle armature dell'uno è connessa all'armatura dell'altro attraverso una resistenza le cariche si ridistribuiscono. Calcolare la carica presente su ciascun condensatore nello stato finale del processo di redistribuzione e l'energia dissipata sulla resistenza e l'energia dissipata dalla corrente che scorre nella resistenza.

(3) Un elettrone è inizialmente fermo al centro tra due griglie distanti $d = 10$ cm tra le quali esiste una differenza di potenziale pari a 0.1 V. Uscendo dalle griglie entra in una regione nella quale c'è un campo magnetico $B = 10$ G ortogonale alla direzione di volo dell'elettrone. Calcolare l'accelerazione cui è soggetto l'elettrone prima e dopo essere uscito dalla griglia. Il rapporto q/m tra carica e massa dell'elettrone vale $q/m = -1.8 \times 10^{11}$ C/kg.

Soluzione

(1) Prima di tutto cominciamo con lo scrivere i dati in unità coerenti. La massa m del camion è 20×10^3 kg. Fatto questo osserviamo che salendo di una quota h il camion passa da un'energia iniziale

$$E_i = \frac{1}{2} m v_i^2$$

e un'energia finale pari a

$$E_f = \frac{1}{2} m v_f^2 + mgh + E_{nc}\,,$$

con $v_i = v_f = v$ e E_{nc} rappresenta il lavoro non conservativo, che è fatto dal motore ($P\Delta t$) e dalle forze dissipative ($-F_a \ell$, dove ℓ è la lunghezza del tratto percorso). Imponendo che $E_i = E_f$ si trova che

$$mgh + P\Delta t - F_a \ell = 0\,.$$

Osserviamo ora che $h = \ell \sin\theta$ e che dividendo l'equazione per Δt si ottiene

$$mg\frac{\ell}{\Delta t}\sin\theta + P - F_a\frac{\ell}{\Delta t} = 0\,.$$

Ma $\frac{\ell}{\Delta t} = v$ e quindi

$$Av^2 + mgv\sin\theta + P = 0\,.$$

Risolvendo per v abbiamo

$$v_{1,2} = \frac{-mg\sin\theta \pm \sqrt{m^2g^2\sin^2\theta + 4AP}}{2A}\,.$$

La soluzione da scegliere è quella con la velocità positiva, perché il camion sta salendo. Sostituendo i valori si trova $v = 11.1$ m/s$\simeq$ 40 km/h.

(2) Nel momento in cui i condensatori sono posti in contatto, la carica fluisce dal condensatore con potenziale piú alto a quello a potenziale piú basso provocando il passaggio di una corrente.

La differenza di potenziale tra i due condensatori è data da, ricordando che $C = Q/V$,

$$V_2 - V_1 = \frac{Q_2}{C_2} - \frac{Q_1}{C_1}\,.$$

Il passaggio di carica si arresta quando $V_2 - V_1 = 0$, cioè quando

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1}\,.$$

D'altra parte $Q_1 + Q_2 = Q$ resta costante e quindi possiamo esprimere una carica in funzione dell'altra:

$$Q_2 = Q - Q_1\,.$$

Sostituendo nell'espressione che dà il rapporto tra le cariche si trova

$$\frac{1}{Q_1} = \frac{1}{Q}\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) .$$

Sostituendo i valori si trova che $Q_1^{-1} \simeq 1.7 \times 10^6$, cioè che $Q_1 \simeq 0.6\,\mu$C. Di conseguenza $Q_2 = 2.4\,\mu$C.

L'energia dissipata sarà uguale alla differenza di energia tra lo stato finale e quello iniziale. L'energia immagazzinata in un condensatore si può scrivere come

$$E = \frac{Q^2}{2C}$$

pertanto negli stati iniziale e finale avremo

$$E = \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} +$$

dove le cariche sono, rispettivamente, 1 e $2\,\mu$C nello stato iniziale e 0.6 e $2.4\,\mu$C: $\Delta E \simeq 0.2$ J.

(3) Scriviamoci subito il valore del campo magnetico in unità SI. Ricordando che $1\,\text{G} = 10^{-4}$ T, abbiamo che $B = 10^{-3}$ T. Quando l'elettrone si trova tra le griglie è soggetto alla forza elettrostatica provocata dal campo elettrico uniforme $E = V/d$. La forza che subisce quindi vale qV/d e di conseguenza la sua accelerazione vale, in modulo,

$$a = \frac{qV}{dm} = 1.8 \times 10^{11}\frac{0.1}{0.1} = 1.8 \times 10^{-11}\,\text{ms}^{-2}.$$

Una volta uscito dalle griglie è soggetto alla Forza di Lorentz $F_L = qvB$ che provoca un'accelerazione centripeta di modulo

$$a_L = \frac{v^2}{r}$$

dove v è la velocità dell'elettrone e r il raggio di curvatura della traiettoria. Per la seconda Legge di Newton

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

pertanto

$$a_L = \frac{qvB}{m} .$$

La velocità dell'elettrone è quella con cui esce dalle griglie. Ricordando che parte dal centro del sistema per cui percorre una distanza $d/2$ tra le griglie abbiamo che

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{qV}{2}$$

e dunque

$$v = \sqrt{\frac{qV}{m}} .$$

Sostituendo nell'espressione di a_L:

$$a_L = \frac{qB}{m}\sqrt{\frac{qV}{m}} = 1.8 \times 10^{11} \times 10^{-3}\sqrt{1.8 \times 10^{11} \times 0.1} = 2.4 \times 10^{13}\,\mathrm{ms}^{-2}\,.$$