

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - 21 GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

◇ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)y + x^2 - 12y,$$

- a) determinarne i punti critici, e classificarli;
- b) trovare, se esistono, massimi e minimi assoluti di f nell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

◇ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 2\lambda x - y + 3z = 1 \\ -4x + 2y + z = 3 \\ -5x + \frac{5}{2}y + 3\lambda z = 5 \end{cases}$$

- (1) Determinare per quali valori del parametro λ il sistema ammette un'unica soluzione.
- (2) Per $\lambda = 1$:
 - ▷ usando la teoria delle matrici, stabilire se ammette soluzioni e quante ne ammette, motivando la risposta;
 - ▷ determinare tutte le soluzioni.

◇ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) + 4y'(t) = 0.$$

Risposta:

A $y(t) = A e^{-4t} + B t e^{-4t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$

B $y(t) = A e^{4t}, \quad A \in \mathbb{R}$

C $y(t) = A t + B e^{4t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$

D $y(t) = A + B e^{-4t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$

E nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. Si consideri il vettore $\mathbf{v} = (8, 1, -3)$. Quali dei seguenti vettori è un versore ortogonale a \mathbf{v} ?

Risposta:

A $(-\frac{8}{\sqrt{74}}, -\frac{1}{\sqrt{74}}, \frac{3}{\sqrt{74}})$

B $(1, 1, 3)$

C $(\frac{3}{13}, -\frac{12}{13}, \frac{4}{13})$

D $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

E nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Calcolare $\iint_E xy \, dx \, dy$, dove E è la parte del cerchio $x^2 + y^2 \leq 4$ che si trova nel primo quadrante e nel semipiano $y \leq x$.

Risposta: **A** $\frac{1}{4}$

B $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C 0

D 1

E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (xy, x + 3y^2)$$

per spostare una particella dal punto $(0, 0)$ al punto $(1, 2)$ vale:

Risposta:

A dipende dal percorso seguito

B 1

C 2

D -2

E nessuna delle altre risposte

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - 21 GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♣ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)x - 12x - y^2,$$

- a) determinarne i punti critici, e classificarli;
- b) trovare, se esistono, massimi e minimi assoluti di f nell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

♣ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} -4x + 2y + \lambda z = 3 \\ 5x - \frac{5}{2}y - 3z = -5 \\ 2\lambda x - y + 3z = 1 \end{cases}$$

- (1) Determinare per quali valori del parametro λ il sistema ammette un'unica soluzione.
- (2) Per $\lambda = 1$:
 - ▷ usando la teoria delle matrici, stabilire se ammette soluzioni e quante ne ammette, motivando la risposta;
 - ▷ determinare tutte le soluzioni.

♣ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) + 3y'(t) = 0.$$

Risposta:

- A $y(t) = A e^{3t}, \quad A \in \mathbb{R}$
 B $y(t) = A + B e^{-3t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$
 C $y(t) = A t + B e^{3t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$
 D $y(t) = A e^{-3t} + B t e^{-3t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$
 E nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. Si consideri il vettore $\mathbf{v} = (-5, 2, 6)$. Quali dei seguenti vettori è un **versore** ortogonale a \mathbf{v} ?

Risposta:

- A $(\frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{3}{\sqrt{11}}, -\frac{1}{\sqrt{11}})$ B $(-2, 1, -2)$ C $(\frac{5}{\sqrt{65}}, -\frac{2}{\sqrt{65}}, -\frac{6}{\sqrt{65}})$
 D $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$ E nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Calcolare $\iint_E xy \, dx \, dy$, dove E è la parte del cerchio $x^2 + y^2 \leq 1$ che si trova nel primo quadrante e nel semipiano $y \geq x$.

- Risposta:** A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{16}$ C $-\frac{\sqrt{2}}{16}$ D 1 E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (6x^2y, 2x^3)$$

per spostare una particella dal punto $(0, 0)$ al punto $(0, 2)$ vale:

Risposta:

- A 1 B 4 C 2 D dipende dal percorso seguito E nessuna delle altre risposte

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - 21 GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♡ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = 12y - (x^2 + y^2)y + x^2,$$

- a) determinarne i punti critici, e classificarli;
- b) trovare, se esistono, massimi e minimi assoluti di f nell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

♡ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} 4x - 6y + 3z = 12 \\ 2\lambda x + 3y - \frac{3}{2}z = -6 \\ -\frac{7}{3}x + 5y + \lambda z = -\frac{11}{3} \end{cases}$$

- (1) Determinare per quali valori del parametro λ il sistema ammette un'unica soluzione.
- (2) Per $\lambda = -1$:
 - ▷ usando la teoria delle matrici, stabilire se ammette soluzioni e quante ne ammette, motivando la risposta;
 - ▷ determinare tutte le soluzioni.

♡ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) + 5y'(t) = 0.$$

Risposta:

- A $y(t) = A + B e^{-5t}$, $A, B \in \mathbb{R}$
 B $y(t) = A e^{5t}$, $A \in \mathbb{R}$
 C $y(t) = A t + B e^{5t}$, $A, B \in \mathbb{R}$
 D $y(t) = A e^{-5t} + B t e^{-5t}$, $A, B \in \mathbb{R}$
 E nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. Si consideri il vettore $\mathbf{v} = (-3, -2, 4)$. Quali dei seguenti vettori è un versore ortogonale a \mathbf{v} ?

Risposta:

- A $(\frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{2}{\sqrt{29}}, -\frac{4}{\sqrt{29}})$ B $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8})$ C $(-\frac{4}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{9})$
 D $(\frac{1}{\sqrt{27}}, \frac{5}{\sqrt{27}}, -\frac{1}{\sqrt{27}})$ E nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Calcolare $\iint_E xy \, dx \, dy$, dove E è l'intersezione del cerchio di centro l'origine e raggio 1, del primo quadrante e del semipiano $y \leq x$

- Risposta:** A $\frac{1}{8}$ B $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C $-\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{16}$ E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (y, x + 3y^2)$$

per spostare una particella dal punto $(0, 0)$ al punto $(1, 1)$ vale:

Risposta:

- A 2 B 4 C 1 D dipende dal percorso seguito E nessuna delle altre risposte

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - 21 GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♠ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = 12x - y^2 - (x^2 + y^2)x,$$

- a) determinarne i punti critici, e classificarli;
- b) trovare, se esistono, massimi e minimi assoluti di f nell'insieme $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

♠ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Si consideri il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} -2x - \frac{3}{2}y + \lambda z = -6 \\ 4x + \lambda y - 6z = 12 \\ -\frac{7}{3}x - y + 5z = -7 \end{cases}$$

- (1) Determinare per quali valori del parametro λ il sistema ammette un'unica soluzione.
- (2) Per $\lambda = 3$:
 - ▷ usando la teoria delle matrici, stabilire se ammette soluzioni e quante ne ammette, motivando la risposta;
 - ▷ determinare tutte le soluzioni.

♠ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$y''(t) + 6y'(t) = 0.$$

Risposta:

A $y(t) = A e^{-6t} + B t e^{-6t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$

B $y(t) = A e^{6t}, \quad A \in \mathbb{R}$

C $y(t) = A t + B e^{6t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$

D $y(t) = A + B e^{-6t}, \quad A, B \in \mathbb{R}$

E nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. Si consideri il vettore $\mathbf{v} = (6, 1, 4)$. Quali dei seguenti vettori è un versore ortogonale a \mathbf{v} ?

Risposta:

A $(-\frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}})$

B $(\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2})$

C $(-\frac{6}{\sqrt{53}}, -\frac{1}{\sqrt{53}}, -\frac{4}{\sqrt{53}})$

D $(-\frac{4}{13}, \frac{12}{13}, \frac{3}{13})$

E nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Calcolare $\iint_E xy \, dx \, dy$, dove E è l'intersezione del cerchio di centro l'origine e raggio 2, del primo quadrante e del semipiano $y \geq x$.

Risposta: A 1

B $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C $-\frac{1}{2}$

D $\frac{1}{4}$

E nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il lavoro del campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = (6x^2y, 2x^3)$$

per spostare una particella dal punto $(1, 1)$ al punto $(0, 0)$ vale:

Risposta:

A 2

B dipende dal percorso seguito

C -2

D 1

E nessuna delle altre risposte