ESONERO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.

REGOLE D'ESAME

1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!

2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

$\diamondsuit$ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x,y) = x^3 + 3x^2y^2 - 6xy - 12x\,,$$

- trovare e classificare tutti i suoi punti critici;
- determinare tutte le direzioni $\mathbf{v}$ per cui $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(0,1) > 0$.

$\diamondsuit$ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.

- Disegnare l'insieme $E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 \leq y \leq -2x^2 + 6x \right\}$, e calcolare $\displaystyle\iint_E y \, dx \, dy$.
- Scrivere le formule di riduzione per calcolare l'integrale invertendo l'ordine di integrazione delle variabili (in questo caso non è richiesto di ricalcolare l'integrale).

$\diamondsuit$ - **Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate**

Esercizio 3. Dire per quale valore di α il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{\alpha y - 1}{(x+3)^2}\,,\ \frac{x}{x+3} \right)$$

è conservativo nel semipiano $\{x > -3\}$.

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ $\alpha = -1$ $\boxed{\text{B}}$ nessun valore di α $\boxed{\text{C}}$ $\alpha = 1$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha = 3$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_\gamma y\,ds$ lungo la curva γ di equazione $y = e^{-3x}$, $x \in [0,1]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1+9e^{-6x}}\,dx$ $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\int_0^1 e^{-3x}\sqrt{1+9e^{-6x}}\,dx$ $\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1+e^{-6x}}\,dx$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\int_0^1 e^{-3x}\sqrt{1+e^{-6x}}\,dx$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Si consideri la spirale γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t\,\cos(\pi t)\,, \\ y(t) = t\,\sin(\pi t)\,. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(-1,0)$ è:

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $(-1,-\pi)$ $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{(-1,-\pi)}{\sqrt{1+\pi^2}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{(1,\pi)}{\sqrt{1+\pi^2}}$ $\boxed{\text{D}}$ $(1,\pi)$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il piano tangente al grafico della funzione $f(x,y) = x^2 y$ nel punto corrispondente a $(x_0,y_0) = (1,-3)$ è:

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ $z = -6x + y + 6$
$\boxed{\text{B}}$ $z = 6x + y + 6$
$\boxed{\text{C}}$ $z = 1 + x - 3y$
$\boxed{\text{D}}$ $z = -3 + x - 3y$
$\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.

REGOLE D'ESAME

1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!

2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♣ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x,y) = y^3 - 6xy + 3x^2y^2 - 3y\,,$$

- trovare e classificare tutti i suoi punti critici;
- determinare tutte le direzioni $\mathbf{v}$ per cui $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(1,0) > 0$.

♣ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.

- Disegnare l'insieme $E = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 2x^2 - 6x \leq y \leq -x^2 \right\}$, e calcolare $\displaystyle\iint\limits_E y \, dx \, dy$.
- Scrivere le formule di riduzione per calcolare l'integrale invertendo l'ordine di integrazione delle variabili (in questo caso non è richiesto di ricalcolare l'integrale).

♣ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, −1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Dire per quale valore di α il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{\alpha y^2 - 1}{(x+3)^2}\,,\ \frac{x}{x+3} \right)$$

è conservativo nel semipiano $\{x > -3\}$.

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ nessun valore di α $\boxed{\text{B}}$ $\alpha = 3$ $\boxed{\text{C}}$ $\alpha = 1$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha = -1$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_\gamma y\,ds$ lungo la curva γ di equazione $y = e^{3x}$, $x \in [0,2]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{1+e^{6x}}\,dx$ $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\int_0^2 \sqrt{1+9e^{6x}}\,dx$ $\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\int_0^2 e^{3x}\sqrt{1+9e^{6x}}\,dx$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\int_0^2 e^{3x}\sqrt{1+e^{6x}}\,dx$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^3\,, \\ y(t) = t\,e^{2t}\,. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(0,0)$ è:

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{(1,2e)}{\sqrt{1+4e^2}}$ $\boxed{\text{B}}$ $(1,e)$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{(1,e)}{\sqrt{1+e^2}}$ $\boxed{\text{D}}$ $(0,1)$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il piano tangente al grafico della funzione $f(x,y) = \dfrac{x}{y}$ nel punto corrispondente a $(x_0,y_0) = (2,1)$ è:

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ $z = 2 + 2x + y$
$\boxed{\text{B}}$ $z = -x - 2y + 2$
$\boxed{\text{C}}$ $z = x - 2y + 2$
$\boxed{\text{D}}$ $z = 1 + 2x + y$
$\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.

REGOLE D'ESAME

1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!

2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♡ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = x^3 - 6xy + 3x^2y^2 - 3x\,,$$

- trovare e classificare tutti i suoi punti critici;
- determinare tutte le direzioni $\mathbf{v}$ per cui $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(0, 1) < 0$.

♡ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.

- Disegnare l'insieme $E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; 2x^2 + 6x \leq y \leq -x^2\right\}$, e calcolare $\displaystyle\iint_E y\,dx\,dy$.
- Scrivere le formule di riduzione per calcolare l'integrale invertendo l'ordine di integrazione delle variabili (in questo caso non è richiesto di ricalcolare l'integrale).

♡ - **Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, −1 a quelle sbagliate**

Esercizio 3. Dire per quale valore di α il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{\alpha y + 1}{(x+2)^2}\,,\ \frac{x}{x+2} \right)$$

è conservativo nel semipiano $\{x > -2\}$.

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ nessun valore di α $\boxed{\text{B}}$ $\alpha = 2$ $\boxed{\text{C}}$ $\alpha = -2$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha = 1$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_\gamma y\,ds$ lungo la curva γ di equazione $y = \dfrac{1}{x}$, $x \in [1,2]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2+1}}{x^2}\,dx$ $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{x^4+1}}{x^2}\,dx$ $\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}\,dx$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{x^4+1}}{x^3}\,dx$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 5. Si consideri la curva γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t\,e^{2t}\,, \\ y(t) = t^2\,. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(0,0)$ è:

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $(1,0)$ $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{(e,1)}{\sqrt{e^2+1}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{(2e,1)}{\sqrt{4e^2+1}}$ $\boxed{\text{D}}$ $(2,0)$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il piano tangente al grafico della funzione $f(x,y) = x^2y^2$ nel punto corrispondente a $(x_0,y_0) = (-1,2)$ è:

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ $z = -1 - x + 2y$
$\boxed{\text{B}}$ $z = 8x + 4y - 12$
$\boxed{\text{C}}$ $z = -8x + 4y - 12$
$\boxed{\text{D}}$ $z = 2 - x + 2y$
$\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - GIUGNO 2018

Cognome e nome	Matr.

REGOLE D'ESAME

1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!

2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♠ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = 12y - y^3 - 3x^2y^2 + 6xy\,,$$

- trovare e classificare tutti i suoi punti critici;
- determinare tutte le direzioni $\mathbf{v}$ per cui $\dfrac{\partial f}{\partial \mathbf{v}}(1, 0) > 0$.

♠ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.

- Disegnare l'insieme $E = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ x^2 \leq y \leq -2x^2 - 6x\right\}$, e calcolare $\displaystyle\iint_E y \, dx \, dy$.
- Scrivere le formule di riduzione per calcolare l'integrale invertendo l'ordine di integrazione delle variabili (in questo caso non è richiesto di ricalcolare l'integrale).

♠ - **Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, −1 a quelle sbagliate**

Esercizio 3. Dire per quale valore di α il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{y+\alpha}{y+3}\,,\ \frac{3x-1}{(y+3)^2} \right)$$

è conservativo nel semipiano $\{y > -3\}$.

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ nessun valore di α $\boxed{\text{B}}$ $\alpha = 5$ $\boxed{\text{C}}$ $\alpha = 1$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha = -1$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 4. L'espressione che fornisce l'integrale curvilineo $\int_\gamma y\,ds$ lungo la curva γ di equazione $y = \sqrt{x}$, $x \in [1,2]$, è data da (non si richiede di calcolare l'integrale):

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{1 + \frac{1}{4x}}\,dx$ $\boxed{\text{B}}$ $\displaystyle\frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{4x+1}\,dx$ $\boxed{\text{C}}$ $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{1+x}\,dx$

$\boxed{\text{D}}$ $\displaystyle\int_1^2 \sqrt{x+x^2}\,dx$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 5.
Si consideri la spirale γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t\,\cos(\pi t)\,, \\ y(t) = t\,\sin(\pi t)\,. \end{cases}$$

Il versore tangente a γ nel punto $(2,0)$ è:

Risposta: $\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{(1, 2\pi)}{\sqrt{1+4\pi^2}}$ $\boxed{\text{B}}$ $(1, 2\pi)$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{(-1, -2\pi)}{\sqrt{1+4\pi^2}}$ $\boxed{\text{D}}$ $(-1, -2\pi)$ $\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte

Esercizio 6. Il piano tangente al grafico della funzione $f(x,y) = x^3 y$ nel punto corrispondente a $(x_0, y_0) = (1,2)$ è:

Risposta:

$\boxed{\text{A}}$ $z = 2 + x + 2y$
$\boxed{\text{B}}$ $z = -6x + y - 6$
$\boxed{\text{C}}$ $z = 1 + x + 2y$
$\boxed{\text{D}}$ $z = 6x + y - 6$
$\boxed{\text{E}}$ nessuna delle altre risposte