

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - GENNAIO 2018

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

◇ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Discutere il sistema al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolandone tutte le soluzioni.

$$\begin{cases} \alpha x + 2y = 4 \\ x + y - z = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

◇ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = 27x^2 + 2y^3 + 15y^2 + 9x^2y,$$

- a) trovare i suoi punti critici e classificarli;
- b) scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto corrispondente a $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

◇ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Il valore dell'integrale

$$\iint_D (x^2 - y^2) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } x^2 + y^2 < 1 \text{ e } x > 0\}$ è dato da

Risposta:

- A 1 B $-\infty$ C $\frac{1}{2}$ D 0 E Nessuna delle risposte precedenti

Esercizio 4. Stabilire per quali valori del parametro α i vettori $\mathbf{u} = (0, \alpha, 2)$ e $\mathbf{v} = (1, 3, 2)$ sono ortogonali

Risposta:

- A $\alpha = 3$ B $\alpha = -4$ C $\alpha = 1$ D $\alpha = -1$ E Nessuna delle risposte precedenti

Esercizio 5. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{2x^3 + 3y^2}{x^2}, -\frac{6y}{x} \right),$$

si ha:

Risposta:

- A $V(x, y) = x^2 + \frac{6y}{x}$ è un potenziale di \mathbf{F} ;
 B $V(x, y) = x^2 - \frac{3y^2}{x} + 5$ è un potenziale di \mathbf{F} ;
 C $V(x, y) = x^2 + \frac{3y^2}{x^2}$ è un potenziale di \mathbf{F} ;
 D \mathbf{F} non ammette potenziali;
 E nessuna delle risposte precedenti.

Esercizio 6. Calcolare la lunghezza della spirale di elica cilindrica

$$\gamma(t) = (3 \cos t, 3 \sin t, 4t), \quad t \in [-\pi, \pi].$$

Risposta:

- A 10π ; B 5π ; C $\sqrt{5}\pi$; D 0; E nessuna delle risposte precedenti.

APPELLO DI ISTITUZIONI DI MATEMATICA II - GENNAIO 2018

Cognome e nome	Matr.
----------------	-------

REGOLE D'ESAME

- 1) Non è ammesso l'uso di libri, appunti, calcolatrici, cellulari, etc. Soltanto carta e penna!
- 2) Il compito deve essere svolto su questi fogli (utilizzando anche il retro), che sono gli unici ad essere consegnati al docente per la correzione.

♣ - **Esercizio 1** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Discutere il sistema al variare del parametro $\beta \in \mathbb{R}$ calcolandone tutte le soluzioni.

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - y = 1 \\ x + \beta y = 1 \end{cases}$$

♣ - **Esercizio 2** (Da svolgere nello spazio sottostante ed eventualmente sul retro del foglio) - 10 punti.
Data la funzione

$$f(x, y) = 15x^2 - 2x^3 - 9xy^2 + 27y^2,$$

- a) trovare i suoi punti critici e classificarli;
- b) scrivere l'equazione del piano tangente al suo grafico nel punto corrispondente a $(x_0, y_0) = (0, -1)$.

♣ - Nei seguenti esercizi indicare con una croce la risposta. Verranno assegnati 3 punti alle risposte esatte, 0 a quelle non espresse, -1 a quelle sbagliate

Esercizio 3. Il valore dell'integrale

$$\iint_D (y^2 - x^2) dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } x^2 + y^2 < 1 \text{ e } y > 0\}$ è dato da

Risposta:

- A 0 B $+\infty$ C $\frac{1}{2}$ D -1 E Nessuna delle risposte precedenti

Esercizio 4. Stabilire per quali valori del parametro β i vettori $\mathbf{u} = (\beta, 1, 1)$ e $\mathbf{v} = (3, 0, 2)$ sono ortogonali

Risposta:

- A $\alpha = 3$ B $\alpha = -2$ C $\alpha = -1$ D $\alpha = 1$ E Nessuna delle risposte precedenti

Esercizio 5. Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{2x^3 - y^2}{x^2}, -\frac{6y}{x} \right),$$

si ha:

Risposta:

- A $V(x, y) = 2x + \frac{y^2}{x}$ è un potenziale di \mathbf{F} ;
 B $V(x, y) = x^2 - \frac{3y^2}{x^2} + 5$ è un potenziale di \mathbf{F} ;
 C $V(x, y) = x^2 + \frac{3y^2}{x}$ è un potenziale di \mathbf{F} ;
 D \mathbf{F} non ammette potenziali;
 E nessuna delle risposte precedenti.

Esercizio 6. Scrivere la formula per la lunghezza della curva

$$\gamma(t) = (x(t), y(t)), \quad t \in [a, b].$$

Risposta:

- A $\int_a^b |\gamma'(t)|^2 dt$; B $\int_a^b \sqrt{(\gamma_x(t))^2 + (\gamma_y(t))^2} dt$; C $\int_a^b \sqrt{(x(t))^2 + (y(t))^2} dt$;
 D $\int_a^b \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$; E nessuna delle risposte precedenti.